PCE MATEMÁTICAS CCSS
MAYO 2023

PREGUNTAS TIPO TEST

Conteste a un máximo de 8 cuestiones. (Calificación máxima: 4 puntos)

1. Una matriz A es escalar si se cumple que:
a) Los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 1
b) Es diagonal y los elementos de la diagonal son todos distintos
c) Ninguna de las otras

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. El resultado de hacer $(3A + 3B)^t$ es:
a) $\begin{pmatrix} 6 & -9 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 6 & -12 \\ -9 & 18 \end{pmatrix}$
c) Ninguna de las otras

3. Dada la siguiente inecuación 3x-7+4x≥4x-6+2x. Los puntos x = -1 y x = 0 son:
a) Ambos valores son solución de la inecuación
b) Ninguno de los valores es solución de la inecuación
c) El valor x = -1 no es solución y el valor x = 0 es solución de la inecuación.

4. Dada la inecuación -6x+8y-6≥2. Un punto solución es:
a) (1,1)
b) (0,1)
c) Ninguno de los anteriores

5. La función $f(x) = \frac{x}{x-7}$ presenta una discontinuidad en el punto x = 7
a) Inevitable de salto infinito
b) Discontinuidad evitable
c) Ninguna de las otras

6. Dada la función $f(x) = \frac{-3x}{\sqrt{x^3+27}}$ el dominio de la función es:
a) $(-3, \infty)$
b) $(3, \infty)$
c) Ninguna de las otras

7. La función $f(x) = \frac{8x^2}{x-2}$ tiene un mínimo en el punto:
a) x = 4
b) x = 0
c) Ninguna de las otras

8. Hallar $\int \left(-3x^{4/5} + 2\sqrt[5]{x^4}\right) dx$
a) $-5x^{9/5} + C$
b) $5x^{9/5} + C$
c) Ninguna de las otras

9. De un experimento se sabe que p(A) = 0,25, p(B) = 0,6 y p(A|B) = 0,15. La probabilidad de A∩B es de:
a) 0,09
b) 0,45
c) 0,76

10. Si la variable aleatoria X sigue una distribución, N (4;9), siempre se puede afirmar que:
a) $Z = \frac{X-4}{9}$ *sigue una distribución* $N(0,1)$
b) $Z = \frac{X+4}{9}$ *sigue una distribución* $N(0,1)$
c) $Z = \frac{X-9}{4}$ *sigue una distribución* $N(0,1)$

11. Si el error máximo admisible, E, para una muestra de tamaño n viene dado por

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

a) Cuanto mayor es $(1-\alpha)$ mayor es el error E
b) Cuanto menor es $(1-\alpha)$ mayor es el error E
c) Cuanto mayor es $(1-\alpha)$ menor es el error E

12. El intervalo de confianza para el parámetro $\boldsymbol{\mu}$ de una población $\boldsymbol{N(\mu, \sigma)}$ al nivel de confianza $\mathbf{1-\alpha}$ viene dado por:
a) $IC = \left(\bar{x} \pm Z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)$
b)) $IC = \left(\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)$
c)) $IC = \left(\bar{x} \pm Z_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)$

PROBLEMAS

Realice 2 de los 3 ejercicios propuestos

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 3 puntos)
Dadas las siguientes matrices

$$A = 3\left[\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\right] \text{ y } B = 3\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcular la matriz A
b) Calcular la matriz B
c) Calcula la matriz X que verifica la ecuación 3X + A = B

Solución:

a) Calculamos A

$$A = 3\left[\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\right] = 3\left[\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 4 \end{pmatrix}\right] = 3\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 18 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 45 \\ 54 & 21 \end{pmatrix}$$

b) Calculamos B

$$B = 3\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 8 & 19 \\ 7 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 57 \\ 21 & 42 \end{pmatrix}$$

c) Calculamos X

$$3X + A = B \rightarrow X = \frac{1}{3}(B - A) = \frac{1}{3}\left[\begin{pmatrix} 24 & 57 \\ 21 & 42 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 & 45 \\ 54 & 21 \end{pmatrix}\right] = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 9 & 12 \\ -33 & 21 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -11 & 7 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 3 puntos)
Dada la función f(x) cuya segunda derivada es f''(x)=-30x, y cuya gráfica presenta un mínimo en el punto (-2,-5):
a) Calcula la primera derivada de la función f'(x)
b) Halla la función f(x)
c) Halla el máximo de la función f(x)

Solución:

a) Calculamos la primera derivada

$$\int -30x\,dx = -15x^2 + K$$

Como tiene un mínimo en x=-2, f´(-2)=0 y calculamos K:

$$f'(-2) = 0 \rightarrow -15 \cdot (-2)^2 + K = 0 \rightarrow K = 60$$

La primera derivada nos queda:

$$f'(x) = -15x^2 + 60$$

b) Procedemos de la misma forma para calcular la función:

$$\int (-15x^2 + 60)dx = -5x^3 + 60x + C$$

Como la función tiene un punto (-2,-5), f(-2)=-5, calculamos C

$$f(-2) = -5 \rightarrow -5(-2)^3 + 60(-2) + C = -5 \rightarrow C = 75$$

La función nos queda:

$$f(x) = -5x^3 + 60x + 75$$

c)Igualamos la primera derivada a cero

$$f'(x) = -15x^2 + 60 = 0 \rightarrow 15x^2 = 60 \rightarrow x = \pm 2$$

Como tenemos el mínimo en -2, comprobamos con la segunda derivada que el máximo sea en 2:

$$f''(2) = -30(2) = -60 < 0 \rightarrow Máximo\ en\ x = 2$$

Tenemos un máximo en (2,155)

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 3 puntos)
En una empresa de productos cosméticos, se toma una muestra de 9 botes de crema hidratante obteniendo los siguientes pesos en gramos

88, 90, 90, 86, 87, 88, 91, 92, 89

Se sabe que la distribución del peso de los botes de crema sigue una distribución normal con una desviación típica de 1,8 g.

a) Determina la distribución que seguirá los pesos medios de los botes de crema
b) Identifica los distintos parámetros que intervienen en la construcción del intervalo de confianza explicando su significado y el valor que toman.
c) Halla un intervalo de confianza al 95% para la media poblacional

Solución:

a) La distribución que sigue para los pesos medios: $\tilde{X} \sim N\left(\mu_x, \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\right)$:

$$\tilde{X} \sim N\left(\mu_x, \frac{1{,}8}{\sqrt{9}}\right) = (\mu_x, 0{,}6)$$

b) El intervalo de confianza viene expresado:

$$IC = \left(\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Donde:

$\bar{X}$ es la media muestral, que en nuestro caso.

$$\bar{X} = \frac{88 + 90 + 90 + 86 + 87 + 88 + 91 + 92 + 89}{9} = 89$$

$Z_{\frac{\alpha}{2}}$ El valor crítico se designa mediante $Z_{\frac{\alpha}{2}}$. $\propto$ es el nivel de significación. $1-\propto$ es el nivel de confianza, que es la probabilidad de que el parámetro a estimar se encuentre en el intervalo de confianza. En nuestro caso:

$$1-\propto = 0{,}95 \rightarrow \propto = 0{,}05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$$

σ Es la desviación típica con un valor que nos da el problema de 1,8g.
n es el tamaño de la muestra, que en nuestro caso es 9

c) Calculamos el IC al 95%

$$IC = \left(\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(89 \pm 1{,}96\frac{1{,}8}{\sqrt{9}}\right) = (87{,}824; 90{,}176)$$