

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.7 puntos)** Calcule las matrices X e Y si $X + Y = 2A$ y $X + B = 2Y$.
- b) **(0.8 puntos)** Analice cuáles de las siguientes operaciones con matrices se pueden realizar, indicando en los casos afirmativos las dimensiones de la matriz D :

$$A + D = C \quad A \cdot D = C^t \quad D \cdot A = C \quad D \cdot A = C^t.$$

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{8x+a}{x-1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) **(1 punto)** Determine el valor de a para que la función sea continua.
- b) **(0.75 puntos)** ¿Para $a = -10$, es creciente la función en $x = 3$?
- c) **(0.75 puntos)** Halle sus asíntotas para $a = -10$.

EJERCICIO 3

La proporción de personas de una población que tiene una determinada enfermedad es de 1 por cada 500 personas. Se dispone de una prueba para detectar dicha enfermedad. La prueba detecta la enfermedad en el 90% de los casos en que la persona está enferma, pero también da como enfermas al 5% de las personas sanas.

- a) **(1.25 puntos)** Se elige al azar una persona y se le hace la prueba. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido diagnosticada correctamente?
- b) **(1.25 puntos)** Si la prueba ha diagnosticado que la persona está enferma, ¿cuál es la probabilidad de que realmente lo esté? ¿Y de que esté sana?

EJERCICIO 4

Un fabricante de tuberías de PVC sabe que la distribución de los diámetros interiores de los tubos de conducción de agua que produce sigue una ley Normal con varianza $\sigma^2 = 0.25 \text{ mm}^2$. Para estimar el diámetro medio de esas tuberías, toma una muestra aleatoria de 64 tubos y comprueba que el diámetro medio de esa muestra es de 20 mm.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, con un nivel del 98%, para la media de los diámetros de los tubos que fabrica.
- b) **(1 punto)** Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esa distribución para que la amplitud de un intervalo de confianza, con ese mismo nivel de confianza, sea inferior a 2 mm.