

OPCIÓN B

E1.- Consideremos la matriz $M = \begin{pmatrix} a(a-4) & a-4 \\ a-4 & a(a-4) \end{pmatrix}$.

a) Calcular el rango de M en función del parámetro a . **(1,5 puntos)**

b) Para $a = 1$, resolver la ecuación $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -6 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. **(1 punto)**

E2.- a) Determinar la ecuación del plano que es perpendicular al segmento de extremos $A = (0, -1, 3)$ y $B = (2, -1, 1)$ y que pasa por el punto medio de dicho segmento.

(1,25 puntos)

b) Hallar el área del triángulo cuyos vértices son los cortes del plano $2x + y + 2z - 2 = 0$ con los ejes coordenados. **(1,25 puntos)**

E3.- Consideremos la función definida a trozos $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & \text{si } x \leq 2 \\ \ln(x-1), & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

Hallar los valores de a , b y c para que $f(x)$ sea continua en toda la recta real y tenga un extremo relativo en el punto $(1, -1)$. **(2,5 puntos)**

E4.- a) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$. **(1 punto)**

b) Calcular el área de la región comprendida entre las gráficas de las funciones $\cos x$ y $\sin x$ y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$. **(1,5 puntos)**