FÍSICA
JUNIO 2021

OPCIÓN A

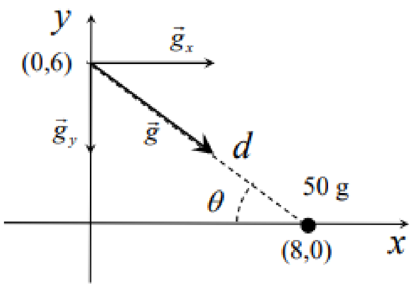
Ejercicio A.1.. (Calificación máxima: 2 puntos)
Una masa puntual de 50 g se encuentra situada en la posición (8, 0) m del plano xy. Calcule:

a) El potencial gravitatorio y el campo gravitatorio en el punto (0, 6) m del plano debido a dicha masa.
b) El trabajo realizado por el campo al trasladar un objeto puntual de 20 g desde el punto (0, 6) m hasta el origen de coordenadas.

Datos: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67·10⁻¹¹ N m² kg⁻²

Solución:

a) Según la figura adjunta calculamos la distancia d y el ángulo θ.



$$d = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$
$$tan\theta = \frac{6}{8} \rightarrow \theta = 36{,}87°$$

$$V = -G\frac{M}{d} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{50 \cdot 10^{-3}}{10} = -3{,}33 \cdot 10^{-13}\, J\, Kg^{-1}$$
$$|\vec{g}| = G\frac{M}{d^2} = 3{,}33 \cdot 10^{-14} N\, Kg^{-1}$$
$$\vec{g} = |\vec{g}| \cos\theta\, \vec{\imath} + |\vec{g}| \sin\theta\, \vec{\jmath} = (2{,}67 \cdot 10^{-14}\, \vec{\imath} - 2 \cdot 10^{-14}\, \vec{\jmath}\,)\, J\, Kg^{-1}$$

b) El trabajo realizado por el campo al trasladar un objeto puntual de 20 g desde el punto (0, 6) m hasta el origen de coordenadas. Calculamos el potencial en el origen de coordenadas creado por la masa.

$$V_{origen} = -G\frac{M}{d} = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{50 \cdot 10^{-3}}{8} = -4{,}17 \cdot 10^{-13}\, J\, Kg^{-1}$$
$$W = -m \cdot \Delta V = \text{-}20 \cdot 10^{-3} \cdot \left(-4{,}17 \cdot 10^{-13} - -3{,}33 \cdot 10^{-13}\right) \rightarrow$$
$$W = 1{,}66 \cdot 10^{-15} J$$

Trabajo realizado por el campo es positivo, es a favor del campo, llevamos una masa de un punto con un potencial mayor a un punto con un potencial menor.

Ejercicio A.2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Al explotar, un cohete de fuegos artificiales genera una onda sonora esférica con una potencia sonora de 20 mW. Un espectador oye la explosión 1,5 s después de verlo explotar. Calcule:

a) La distancia a la que está situado el espectador respecto al cohete en el momento de la explosión, así como la intensidad del sonido en la posición del espectador.
b) El nivel de intensidad sonora percibida si explotan 10 cohetes simultáneamente, y el espectador los oye todos al unísono 1,5 s después de explotar.

Datos: Velocidad del sonido en el aire, vs = 340 m s^{-1}; Valor umbral de la intensidad acústica, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) El sonido se propaga describiendo un MRU.

$$d = v \cdot t = 340 \cdot 1{,}5 = 510\ m$$

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{4\pi 510^2} = 6{,}12 \cdot 10^{-9} W\ m^{-2}$$

b) La potencia de 10 explosiones es 10P

$$P_T = 10\ P = 10 \cdot 20 = 200\ mW$$

$$I_T = \frac{P_T}{4\pi d^2} = \frac{200 \cdot 10^{-3}}{4\pi 510^2} = 6{,}12 \cdot 10^{-8} W\ m^{-2}$$

$$\beta = 10 log_{10} \frac{I_T}{I_0} = 47{,}87\ dB$$

Ejercicio A.3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Una carga puntual de 2 μC se encuentra situada en el origen de coordenadas.

a) Aplicando el teorema de Gauss, obtenga el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de 10 mm de diámetro centrada en el origen.
b) Utilizando el valor del flujo obtenido en el apartado anterior, calcule el módulo del campo eléctrico en puntos situados a 5 mm de la carga.

Dato: Permitividad eléctrica del vacío, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}.

Solución

a) $\Phi = \frac{\sum Q_{interior}}{\varepsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 2{,}26 \cdot 10^5\ m^2 \cdot N \cdot m^{-1}$

b) El flujo en una superficie esférica centrada en la carga es: $\phi = \oint_s \vec{E}\, \overrightarrow{dS}$

El campo es un vector perpendicular a la superficie elegida, tendrá el mismo módulo en toda la superficie, al ser positiva la carga contenida el campo estará dirigido hacia el exterior de la esfera.

$$E = \frac{\phi}{4\pi r^2} = 7{,}20 \cdot 10^8 N C^{-1}$$

Ejercicio A.4. (Calificación máxima: 2 puntos)
Un objeto vertical de 2 mm de altura se encuentra situado 15 cm a la izquierda de una lente convergente de 40 dioptrías. Calcule:

a) La posición y tamaño de la imagen que forma la lente.

b) La posición de una segunda lente convergente de 6 cm de distancia focal, situada a la derecha de la primera lente, para que el sistema óptico genere una imagen en el infinito

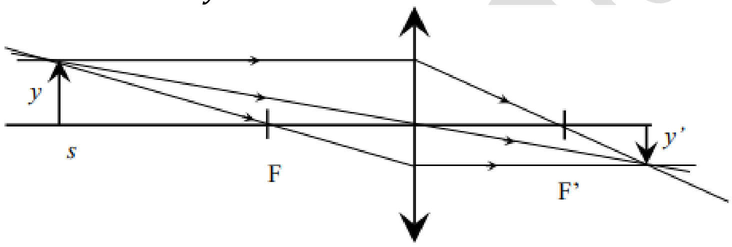
Solución:

a) $\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$

$$f' = \frac{1}{P} = 0{,}025m = 2{,}5\ cm$$
$$s = -0{,}15m = -15\ cm$$
$$s' = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{s}} = 3\ cm$$

El tamaño de la imagen se puede obtener mediante:

$$M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{s'}{s} y = -0{,}4\ mm$$



b) Tenemos que calcular la posición de una segunda lente convergente de 6 cm de distancia focal, situada a la derecha de la primera lente, para que el sistema óptico genere una imagen en el infinito. Para que la imagen final se forme en el infinito, la imagen proporcionada por la primera lente debe situarse en el foco de la segunda lente.

$$d_{lente} = s' + f_2' = 9$$

Ejercicio A.5. (Calificación máxima: 2 puntos)
Un material posee un sistema de tres niveles energéticos electrónicos (nivel fundamental, primer nivel, y segundo nivel). Para que un electrón pase desde el nivel fundamental al segundo nivel, el material absorbe radiación de 450 nm; tras lo cual el material emite radiación de 600 nm debido al decaimiento del primer nivel hasta el fundamental.

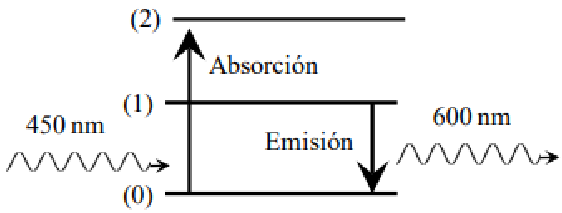
a) Determine las diferencias de energía entre el primer nivel y el nivel fundamental, y entre el segundo nivel y el nivel fundamental, expresadas en electrón-voltios.

b) Calcule la energía por unidad de tiempo que produce la emisión si el material emite $4 \cdot 10^{15}$ fotones s^{-1}.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}.

Solución

a) Esquema de la secuencia de transiciones entre esos tres niveles:



$$\Delta E = h\nu_{fotón} = h\frac{c}{\lambda_{fotón}}$$

Transición $0 \to 2$: $\Delta E = E_2 - E_0 = h\nu_{fotón} = h\frac{c}{\lambda_{fotón}} = 4{,}42 \cdot 10^{-19} J = 2{,}76\ eV$

Transición $1 \to 0$: $\Delta E = E_1 - E_0 = h\nu_{fotón} = h\frac{c}{\lambda_{fotón}} = 3{,}31 \cdot 10^{-19} J = 2{,}07\ eV$

b) La energía emitida por unidad de tiempo (potencia emitida) se calcula como el flujo de fotones por la energía de cada fotón emitido:

$$\frac{E}{t} = P = N_{FOTONES/S} E_{FOTÓN\ EMITIDO} = 1{,}33 \cdot 10^{-3} W$$

OPCIÓN B

Ejercicio B1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una sonda espacial de 3500 kg se encuentra en órbita circular alrededor de Saturno, realizando una revolución cada 36 horas. Calcule:

a) La velocidad orbital y la energía mecánica que posee la sonda espacial.

b) La energía mínima necesaria que habría que suministrarle para que abandone el campo gravitatorio del planeta.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2};
Masa de Saturno, $Ms = 5{,}68 \cdot 10^{26}$ kg

Solución:

a) Cuando una masa m orbita alrededor de otra masa M, se cumple que la fuerza gravitatoria actúa como fuerza centrípeta; es la fuerza que le hace girar.

$$Fgravitarotia = Fcentrípeta \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = m\frac{|v|^2}{r} = m\omega^2 r \Rightarrow r^3 = \frac{GM}{\omega^2} = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$r = 2{,}53 \cdot 10^8\ m;$$

De la Ley de gravitación universal y tomando como referencia el infinito para energía nula, sabemos que la energía potencial gravitatoria que tiene una masa m en presencia de otra masa M es $Ep = -\frac{GMm}{r}$

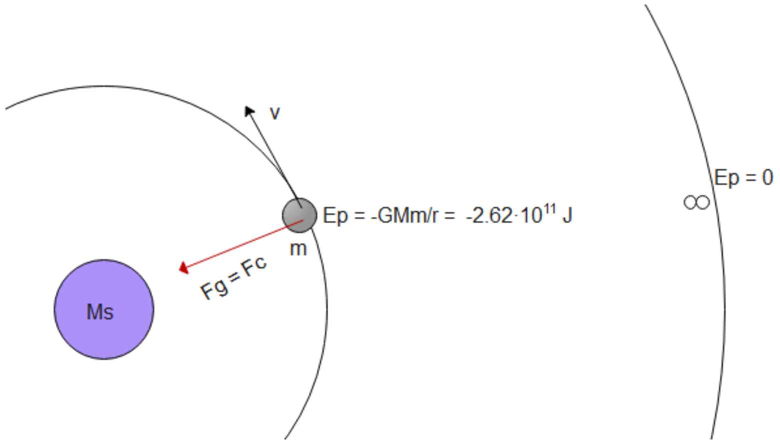
Junto con que si la órbita es circular $|v^2| = \frac{GM}{r} \Rightarrow Ec = \frac{1}{2}m|v|^2 = \frac{GMm}{2r}$;

Como el campo es conservativo

$$Em = Ec + Ep = -\frac{GMm}{r} + \frac{GMm}{2r} = -\frac{GMm}{2r} = \frac{Ep}{2} = -Ec = -2{,}62 \cdot 10^{11}\ J$$

b) Como la fuerza gravitatoria es conservativa para elevar la masa m de un radio r_1 a otro r_2 usamos el concepto de que la energía mecánica debe ser igual en ambas, o dicho de otro modo, tenemos que suministrar $E_2 - E_1$ para pasar de una órbita r_1 a otra r_2. Como la energía en el infinito es cero debemos suministrar una energía igual a la que tenía pero en positivo, o sea

$$E = 2.62 \cdot 10^{11}\ J$$



Ejercicio B2. (Calificación máxima: 2 puntos)
El valor del campo eléctrico asociado a una onda electromagnética que se propaga en un medio material en la dirección del eje x viene expresado por:
$E(x,t) = 4 \cdot \cos(3.43 \cdot 10^{15}\, t - 1.52 \cdot 10^{7}\, x)$ N C^{-1} donde todas las magnitudes están expresadas en unidades del SI. Calcule:
a) La frecuencia y la longitud de onda asociadas a la onda electromagnética.
b) La velocidad de propagación de la onda y el índice de refracción del medio por el cual se propaga.
Dato: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}.

Solución:

a) Sabemos que una onda transversal (que vibra perpendicularmente a la dirección de propagación de la energía) tiene de por ecuación

$E(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$, donde ω es la frecuencia angular y k el número de onda.

Por tanto $\begin{cases} \omega = 2\pi f = 3.43 \cdot 10^{15}\ rad\ s^{-1} => f = 5{,}46 \cdot 10^{14}\ Hz \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = 1.52 \cdot 10^{7} rad\ m^{-1} => \lambda = 4{,}13 \cdot 10^{-7}\ m \end{cases}$

b) La velocidad de propagación de la energía, del propio campo es

$$v = \frac{e}{t} = \lambda f = \frac{\omega}{k} = 2{,}26 \cdot 10^{8} m s^{-1}$$

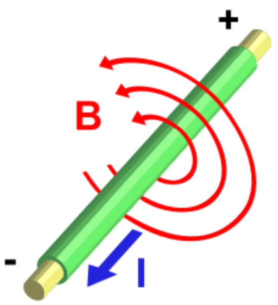
De óptica sabemos que el índice de propagación n se define como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío entre la velocidad de la luz en el propio medio

$$n = \frac{c}{v} = 1.33$$

Ejercicio B3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Un hilo conductor rectilíneo indefinido situado a lo largo del eje x transporta una corriente de 25 A en sentido positivo del eje. Obtenga:
a) El campo magnético creado por el hilo en el punto (0, 5, 0) cm.
b) La fuerza magnética que experimenta un electrón cuando está en la posición (0, 5, 0) cm y tiene una velocidad de 1000 m s^{-1} en sentido positivo del eje *y*.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C;
Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución:

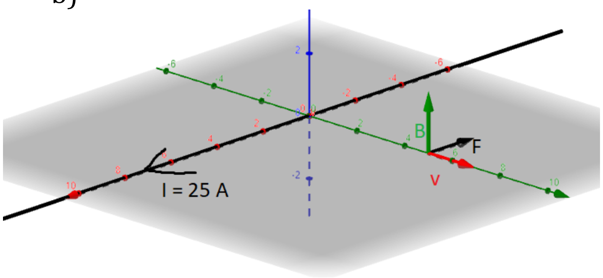
a)



La Ley de Ampere (o cuarta ecuación de Maxwell) dice que el campo magnético creado por un conductor rectilíneo infinito es

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = 10^{-4}\,T \Rightarrow B = 10^{-4} k\ T$$

b)



Sabemos por la Ley de Lorentz que una carga q con velocidad v en presencia de un campo magnético B sufre una fuerza magnética $F = q(v\ x\ B)$

$$FLorentz = -1.6 \cdot 10^{-20}\ i\ N$$

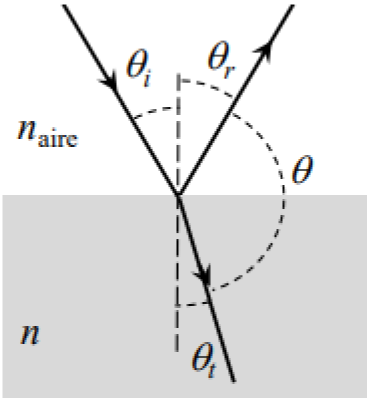
<u>Ejercicio B4.</u> (Calificación máxima: 2 puntos)
Un rayo láser, que emite luz de longitud de onda de 488 nm en el vacío, incide desde el aire sobre la superficie plana de un material con un índice de refracción de 1,55. El rayo incidente y el reflejado forman entre sí un ángulo de 60º.
a) Determine la frecuencia y la longitud de onda del rayo luminoso en el aire y dentro del medio material.
b) Calcule el ángulo que formará el rayo refractado en el material con el rayo reflejado en el aire. ¿Existirá algún ángulo de incidencia para el cual el rayo láser sufra reflexión total? Justifique la respuesta.
Datos: Índice de refracción del aire, naire = 1; Velocidad de la luz en el vacío, c = $3 \cdot 10^8$ m s^{-1}.

Solución:

a) Sabemos que una onda electromagnética no varía su frecuencia al cambiar de medio. Sí lo hace la longitud de onda y la velocidad. $v = \lambda f \Rightarrow f = 6.15 \cdot 10^{14} Hz$.

La velocidad de la luz en el medio es $v = \frac{c}{n} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = 315\ nm$

b) De los datos del enunciado y la primera Ley de Snell sacamos que $\theta_{in} = \theta r = 30º$ De la segunda Ley de Snell
$n1sen(\theta in) = n2sen(\theta t) \Rightarrow \theta t = 19º \Rightarrow \theta = 180 - \theta in - \theta t = 131º$



Es imposible que se produzca la reflexión total pues este es un fenómeno que sólo puede darse cuando la luz pasa de un medio de índice mayor a otro menor, por ejemplo dentro de la fibra óptica.

Ejercicio B5. (Calificación máxima: 2 puntos)
Un isótopo de una muestra radiactiva posee un periodo de semidesintegración de 5730 años.
a) Obtenga la vida media y la constante radiactiva del isótopo.
b) Si una muestra tiene $5 \cdot 10^{20}$ átomos radiactivos en el momento inicial, calcule la actividad inicial y el tiempo que debe trascurrir para que dicha actividad se reduzca a la décima parte.
Solución:

a) La desintegración nuclear sigue una cinética de primer orden (cuanto más tiene, más desintegra) y se rige por la Ley

$$N = N0 \cdot e^{-\lambda t}\, ; A = A0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda N,$$

donde λ es la constante de desintegración radiactiva.

Además $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T\frac{1}{2}}{Ln2} = 8267\ años = 2.61 \cdot 10^{11} s \Rightarrow \lambda = 3.84 \cdot 10^{-12}\ s^{-1}$

b) $A = \lambda N = 1.92 \cdot 10^{9}\ Bq$

Como es una cinética de primer orden, el tiempo que pasa para que se reduzca la muestra al 10% es el mismo para que la actividad se reduzca proporcionalmente

$$0.1 = 10\% = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = 6.00 \cdot 10^{11} s \approx 19000\ años$$