UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
Curso 2024-2025
MATERIA: FÍSICA

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN
Después de leer atentamente todas las preguntas, responda a 4 preguntas siguiendo las indicaciones dadas al inicio de cada bloque.
CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2,5 puntos y cada apartado se calificará según la puntuación indicada en el mismo.
TIEMPO: 90 minutos.

Bloque Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas (En esta pregunta no hay opcionalidad.)

Pregunta 1.- En Lund, Suecia, se está construyendo la futura Fuente Europea de Neutrones por Espalación. Los neutrones, por las características de la interacción neutrón-materia, son una herramienta muy eficiente para estudiar, analizar y comprender la estructura y propiedades de la materia. Las instalaciones de la Fuente Europea de Neutrones constan de un acelerador lineal en el que se aceleran protones, H^+, hasta alcanzar, al final del acelerador, una energía cinética de 2 GeV. Posteriormente, se hace impactar el haz de protones sobre un blanco, consistente en un bloque giratorio de tungsteno mantenido a baja temperatura. Como consecuencia del choque el blanco emite neutrones. A los neutrones se les hace pasar por diferentes moderadores, áreas a una determinada temperatura, para modificar su energía cinética.

a) (1,5 puntos) Determine la masa relativista de los protones al final del acelerador lineal, cuando su energía cinética es de 2 GeV.
b) (1 punto) Si se obtienen neutrones con una energía cinética de 25 meV (no relativista), ¿cuál es el valor de su velocidad y de la longitud de onda de de Broglie?

Datos: *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m s^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; *Masa del protón en reposo,* $m_{p_0} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; *Masa del neutrón,* $m_n = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; *Constante de Planck,* $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s.

Bloque Campo gravitatorio (Elija una entre las preguntas 2.A. y 2.B.)

Pregunta 2.A.- Una nave alienígena se sitúa en una órbita circular de radio r en torno a la Tierra. Los tripulantes de la nave observan que tardan 1,59 horas en dar una vuelta completa y saben que la velocidad de escape desde la órbita es $10{,}7$ km s^{-1}.

a) (1 punto) Deduzca las expresiones del periodo de la órbita de la nave y de la velocidad de escape desde la órbita en función de *G*, de la masa de la tierra M_T, y del radio de la órbita r.
b) (1, 5 puntos) Calcule el radio de la órbita de la nave y la masa de la Tierra.

Dato: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Pregunta 2.B.- Sean dos partículas idénticas de masas $m_1 = m_2 = 3$ kg, situadas en los puntos $P_1(0,0)$ m y $P_2(6,0)$ m del plano xy.

a) (1,5 puntos) Halle el campo gravitatorio creado por ambas partículas en el punto $(3,3)$ m.
b) (1 punto) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para llevar una partícula de masa $m = 1$ kg desde el punto $(3,3)$ m al punto $(0,3)$ m.

Dato: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Bloque Vibraciones y Ondas (Elija una entre las preguntas 3.A. y 3.B.)

Pregunta 3.A.- Un muelle de constante elástica k tiene uno de sus extremos unido a una pared y el otro unido a un bloque de masa m. El bloque se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si el bloque se separa una distancia de 5 cm con respecto a la posición de equilibrio y se suelta, se observa que su energía cinética al pasar por el punto de equilibrio es 0,02 J.

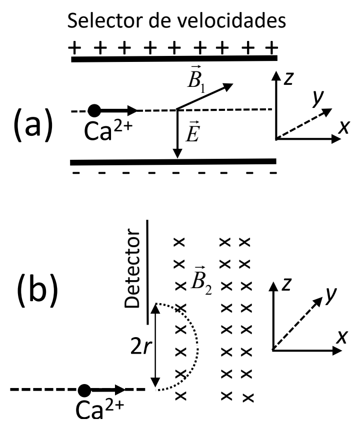
a) (1 punto) Determine la constante elástica del muelle, k.
b) (1,5 puntos) Si la masa del bloque es $m = 4\,\text{kg}$, calcule el periodo de las oscilaciones y el módulo de la velocidad del bloque cuando el desplazamiento con respecto al punto de equilibrio sea $x = 2\,\text{cm}$.

Pregunta 3.B.- Se sitúa a la izquierda de una lente convergente un objeto de 4 cm de altura, formándose una imagen real de tamaño 2 cm. La distancia entre la posición del objeto y la posición de la imagen es de 45 cm.

a) (1,5 puntos) Determine la posición del objeto, de la imagen y la distancia focal de la lente.
b) (1 punto) Halle la posición en la que hay que colocar el objeto para que el tamaño de la imagen real que se forme sea de 4 cm. Realice en este caso el correspondiente diagrama de rayos.

Bloque Campo electromagnético (Elija una entre las preguntas 4.A. y 4.B.)

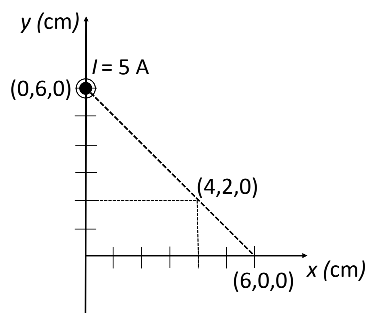
Pregunta 4.A.- Un espectrómetro de masas consta de un selector de velocidades (figura (a)) y de un detector de iones (figura(b)).



a) (1 punto) En el selector de velocidades, figura (a), hay un campo eléctrico y un campo magnético mutuamente perpendiculares para que solo los iones que tengan una cierta velocidad y viajen en línea recta lleguen al detector. Si el campo magnético es $\vec{B}_1 = 1,0\vec{j}\ \mathrm{mT}$ y se han inyectado iones Ca^{2+},¿cuál es el valor del campo eléctrico $\vec{E}$ para que únicamente los iones con una velocidad $\vec{v} = 2,4 \cdot 10^5\ \vec{i}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ lleguen al detector?
b) (1,5 puntos) A la salida del selector de velocidades, los iones penetran en una región con un campo magnético $\vec{B}_2 = 1,5\vec{j}\ \mathrm{T}$ que les hace describir una trayectoria circular, tal y como se indica en la figura (b). ¿Cuál es el radio de la trayectoria?

Datos: *Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; *Masa atómica del ion* Ca^{2+}*,* 40 u.

Pregunta 4.B.- Un hilo rectilíneo infinito paralelo al eje z pasa por el punto (0, 6, 0) cm y transporta una corriente $I = 5$ A en el sentido positivo del eje z.



a) (1,25 puntos) Calcule el campo magnético creado por el hilo en el punto (4, 2, 0) cm .
b) (1,25 puntos) Determine la intensidad de corriente que debe transportar un segundo hilo rectilíneo infinito que se sitúe paralelo al eje z y que pase por el punto (6, 0, 0) cm para que el campo magnético total en el punto (4, 2, 0) cm sea cero.

Dato: *Permeabilidad magnética del vacío,* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN
FÍSICA

- ⋆ Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- ⋆ Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- ⋆ En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- ⋆ Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
- ⋆ Se evaluará la coherencia, la cohesión, la corrección gramatical, léxica y ortográfica de los textos producidos, así como su presentación.
- ⋆ Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2,5 puntos.
- ⋆ En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES- FÍSICA
(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta 1.- En Lund, Suecia, se está construyendo la futura Fuente Europea de Neutrones por Espalación. Los neutrones, por las características de la interacción neutrón-materia, son una herramienta muy eficiente para estudiar, analizar y comprender la estructura y propiedades de la materia. Las instalaciones de la Fuente Europea de Neutrones constan de un acelerador lineal en el que se aceleran protones, H^+, hasta alcanzar, al final del acelerador, una energía cinética de 2 GeV. Posteriormente, se hace impactar el haz de protones sobre un blanco, consistente en un bloque giratorio de tungsteno mantenido a baja temperatura. Como consecuencia del choque el blanco emite neutrones. A los neutrones se les hace pasar por diferentes moderadores, áreas a una determinada temperatura, para modificar su energía cinética.

a) (1,5 puntos) Determine la masa relativista de los protones al final del acelerador lineal, cuando su energía cinética es de 2 GeV.
b) (1 punto) Si se obtienen neutrones con una energía cinética de 25 meV (no relativista), ¿cuál es el valor de su velocidad y de la longitud de onda de de Broglie?

Datos: *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m s^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; *Masa del protón en reposo,* $m_{p_0} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; *Masa del neutrón,* $m_n = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; *Constante de Planck,* $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s.

Solución:

a) Determinamos la masa relativista de los protones al final del acelerador lineal, cuando su energía cinética es de 2 GeV. Para una partícula relativista se cumple:

$$E = m_p c^2 = m_{p0} c^2 + E_c \Rightarrow m_p = m_{p0} + \frac{E_c}{c^2}$$

Si tenemos en cuenta que:

$$m_{p0} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$$

$$E_c = 2\,\text{GeV} = 2 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3{,}2 \cdot 10^{-10}\,\text{J}$$

Se obtiene:

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} + \frac{3,2 \cdot 10^{-10}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 5{,}23 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$$

Por tanto:

$$m_p = 5{,}23 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$$

b) Calculamos la velocidad y la longitud de de Broglie para neutrones con una energía cinética de 25 meV. Como se trata de una partícula no relativista:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

Sustituyendo cada parámetro por su valor:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = 2{,}19 \cdot 10^3\,\text{m s}^{-1}$$

Por tanto:

$$v = 2{,}19 \cdot 10^3\,\text{m s}^{-1}$$

Determinamos la longitud de onda de de Broglie. La expresión de la longitud de onda λ es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 2,19 \cdot 10^3} = 1{,}81 \cdot 10^{-10}\,\text{m}$$

Por tanto:

$$\lambda = 1{,}81 \cdot 10^{-10}\,\text{m}$$

Pregunta 2.A.- Una nave alienígena se sitúa en una órbita circular de radio r en torno a la Tierra. Los tripulantes de la nave observan que tardan 1,59 horas en dar una vuelta completa y saben que la velocidad de escape desde la órbita es $10{,}7\,\text{km s}^{-1}$.

a) (1 punto) Deduzca las expresiones del periodo de la órbita de la nave y de la velocidad de escape desde la órbita en función de *G*, de la masa de la tierra M_T, y del radio de la órbita r.
b) (1, 5 puntos) Calcule el radio de la órbita de la nave y la masa de la Tierra.

Dato: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Solución:

a) Deducimos el periodo de la órbita de la nave y la velocidad de escape desde la órbita. Relacionamos el periodo con la velocidad y el radio:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi r}{v}$$

La velocidad de la nave puede obtenerse si se tiene en cuenta que para una órbita circular:

$$F = ma_n = m\frac{v^2}{r} = \frac{GmM_T}{r^2} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{GM_T}{r}$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\dfrac{GM_T}{r}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}}$$

La expresión de la velocidad de escape puede obtenerse si tenemos en cuenta que en la órbita de radio r:

$$E = E_P + E_C = -\frac{GmM_T}{r} + \frac{1}{2}mv^2$$

La velocidad de escape es aquella para la que la energía total es cero. Así que tenemos:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GmM_T}{r} \quad \Rightarrow \quad v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_T}{r}}$$

Por tanto:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}}$$

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_T}{r}}$$

b) Determinamos el radio de la trayectoria y la masa de la Tierra. Los datos que tenemos son, la velocidad de escape y el periodo de la órbita. Si tenemos en cuenta que:

$$v_{esc}^2 = \frac{2GM_T}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{GM_T}{r} = \frac{v_{esc}^2}{2}$$

y:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T} \quad \Rightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\dfrac{GM_T}{r}} = \frac{8\pi^2 r^2}{v_{esc}^2}$$

Por tanto:

$$r^2 = \frac{v_{esc}^2 T^2}{8\pi^2} \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{v_{esc}^2 T^2}{8\pi^2}} = \frac{v_{esc} T}{2\sqrt{2}\pi}$$

Sustituyendo:

$$r = \frac{10,7 \cdot 10^3 \cdot 1,59 \cdot 3600}{2\sqrt{2}\pi} = 6{,}89 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Por tanto:

$$r = 6{,}89 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Por otro lado, la masa de la Tierra puede calcularse si tenemos en cuenta que:

$$\frac{GM_T}{r} = \frac{v_{esc}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad M_T = \frac{v_{esc}^2 r}{2G}$$

Luego sustituyendo:

$$M_T = \frac{(10,7 \cdot 10^3)^2 \cdot 6893 \cdot 10^3}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 5{,}92 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$$

Por tanto:

$$M_T = 5{,}92 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$$

Pregunta 2.B.- Sean dos partículas idénticas de masas $m_1 = m_2 = 3\,$kg, situadas en los puntos $P_1(0,0)$ m y $P_2(6,0)$ m del plano xy.

a) (1,5 puntos) Halle el campo gravitatorio creado por ambas partículas en el punto $(3,3)$ m.
b) (1 punto) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para llevar una partícula de masa $m = 1\,$kg desde el punto $(3,3)$ m al punto $(0,3)$ m.

Dato: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Solución:

a) Determinamos el campo gravitatorio creado por ambas masas en el punto $P(3,3)$ m; por el principio de superposición:

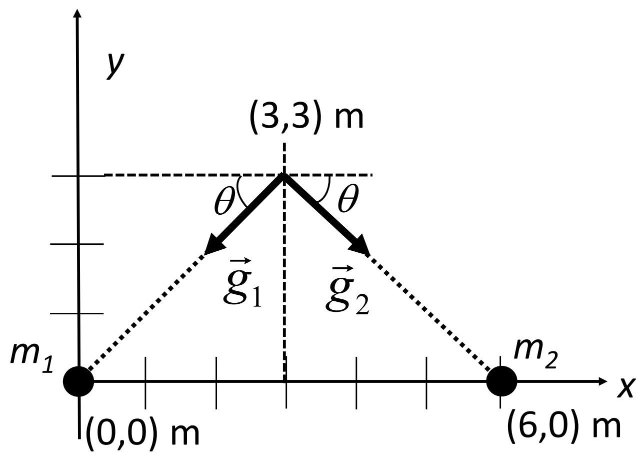
$$\vec{g} = \vec{g_1}(3,3) + \vec{g_2}(3,3) = \left(-\frac{Gm_1}{r_1^2}\cos\theta\vec{i} - \frac{Gm_1}{r_1^2}\operatorname{sen}\theta\vec{j}\right) + \left(\frac{Gm_2}{r_2^2}\cos\theta\vec{i} - \frac{Gm_2}{r_2^2}\operatorname{sen}\theta\vec{j}\right)$$

Según la figura, ambos ángulos son el mismo. Se cumple que:

$$r_1 = r_2 = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow r_1^2 = r_2^2 = 18\ \mathrm{m}^2$$

Además:

$$\cos\theta = \operatorname{sen}\theta = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Por otro lado, ambas masas son iguales, por tanto se cumple que únicamente la componente en la dirección y es diferente de cero. Por tanto:

$$\vec{g}(3,3) = -\frac{2Gm_1\operatorname{sen}\theta}{r_1^2}\vec{j} = -\frac{2\cdot 6,67\cdot 10^{-11}\cdot 3}{18}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} = -1,57\cdot 10^{-11}\vec{j}\ \mathrm{N\ kg^{-1}}$$

Por tanto:

$$\vec{g} = -1,57\cdot 10^{-11}\vec{j}\ \mathrm{N\ kg^{-1}}$$

b) Calculamos el trabajo que es necesario para llevar una partícula puntual de 1 kg desde el punto $(3,3)$ m al punto $(0,3)$ m. Sean A el punto $(3,3)$ m y B el punto $(0,3)$ m. Entonces,

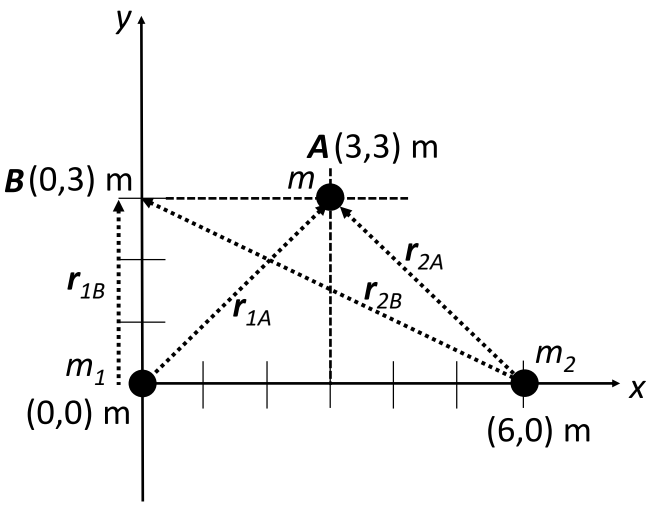
$$W_A^B = -\triangle E_P = -E_P(B) + E_P(A)$$

Se cumple:

$$E_P(A) = -\frac{Gm_1m}{r_{1A}} - \frac{Gm_2m}{r_{2A}}$$

y

$$E_P(B) = -\frac{Gm_1m}{r_{1B}} - \frac{Gm_2m}{r_{2B}} = -\frac{Gm_1m(r_{1B}+r_{2B})}{r_{1B}r_{2B}}$$



Por otro lado se cumple que:

$$r_{1A} = r_{2A} = 3\sqrt{2}\ \mathrm{m}$$

$$r_{1B} = 3\ \mathrm{m}$$

$$r_{2B} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45}\ \mathrm{m}$$

Por tanto:

$$E_P(A) = -\frac{2Gm_1m}{r_{1A}} = -\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 1}{3\sqrt{2}} = -9{,}43 \cdot 10^{-11}\ \text{J}$$

$$E_P(B) = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 1 \cdot (3 + \sqrt{45})}{3\sqrt{45}} = -9{,}65 \cdot 10^{-11}\ \text{J}$$

Luego:

$$W_A^B = 9,65 \cdot 10^{-11} - 9,43 \cdot 10^{-11} = 2{,}20 \cdot 10^{-12}\ \text{J}$$

Por tanto:

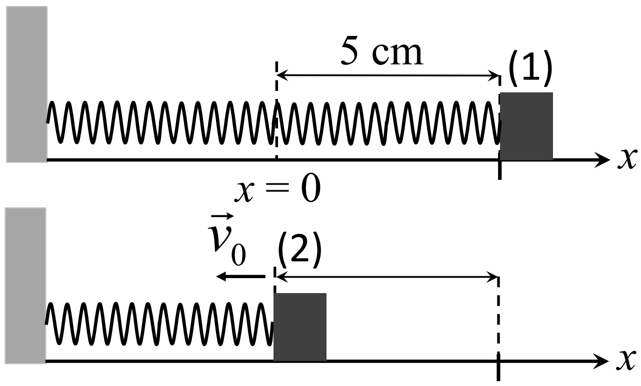
$$W_A^B = 2{,}20 \cdot 10^{-12}\ \text{J}$$

Pregunta 3.A.- Un muelle de constante elástica k tiene uno de sus extremos unido a una pared y el otro unido a un bloque de masa m. El bloque se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si el bloque se separa una distancia de 5 cm con respecto a la posición de equilibrio y se suelta, se observa que su energía cinética al pasar por el punto de equilibrio es 0,02 J.

a) (1 punto) Determine la constante elástica del muelle, k.
b) (1,5 puntos) Si la masa del bloque es $m = 4\,\text{kg}$, calcule el periodo de las oscilaciones y el módulo de la velocidad del bloque cuando el desplazamiento con respecto al punto de equilibrio sea $x = 2\,\text{cm}$.

Solución:

a) En un muelle las fuerzas son conservativas, por tanto la energía mecánica total se conserva. Inicialmente, en la posición 1, al soltarlo sin una velocidad inicial, sólo hay energía potencial. Al pasar por la posición de equilibrio, posición 2, sólo hay energía cinética, pues su energía potencial es cero. Por tanto se cumple:



$$E(1) = E(2) \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = E_C(2) \Rightarrow k = \frac{2E_C(2)}{x^2}$$

Sustituyendo cada variable por su valor:

$$k = \frac{2 \cdot 0,02}{0,05^2} = 16\ \text{N m}^{-1}$$

Por tanto:

$$k = 16\ \text{N m}^{-1}$$

b) Determinamos en primer lugar el periodo de las oscilaciones. En un muelle se cumple:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

como:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Sustituyendo los diferentes parámetros por su valor:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{16}} = \pi = 3,14\ \text{s}$$

Por tanto:

$$T = 3{,}14\,\text{s}$$

Determinamos el valor de la velocidad del bloque cuando su desplazamiento con respecto a la posición de equilibrio es $x = 2\,\text{cm}$. De nuevo, como la fuerza del muelle es conservativa, la energía mecánica se conserva. Por tanto:

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2 - x^2\right)}$$

La amplitud es 5 cm, pues se suelta desde esa posición con velocidad inicial cero. Sustituyendo:

$$v = \sqrt{\frac{16}{4}\left(0,05^2 - 0,02^2\right)} = 0{,}0917\,\mathrm{m\ s^{-1}}$$

Por tanto:

$$T = 3{,}14\,\mathrm{s}$$

$$v = 9{,}17 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m\ s^{-1}}$$

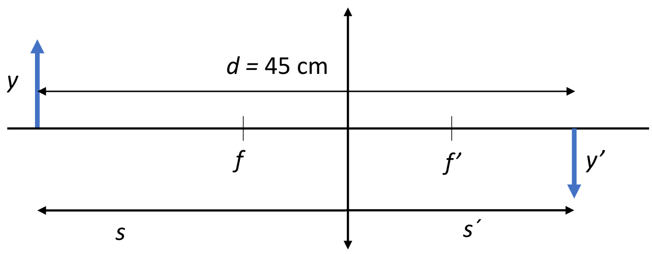
Pregunta 3.B.- Se sitúa a la izquierda de una lente convergente un objeto de 4 cm de altura, formándose una imagen real de tamaño 2 cm. La distancia entre la posición del objeto y la posición de la imagen es de 45 cm.

a) (1,5 puntos) Determine la posición del objeto, de la imagen y la distancia focal de la lente.
b) (1 punto) Halle la posición en la que hay que colocar el objeto para que el tamaño de la imagen real que se forme sea de 4 cm. Realice en este caso el correspondiente diagrama de rayos.

Solución:

a) Calculamos en primer lugar la posición del objeto y de la imagen. Como la distancia entre ambas posiciones es conocida, se tiene que:

$$|s| + |s'| = 45\,\text{cm} \quad \Rightarrow \quad s' - s = 45\,\text{cm}$$



Además:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{-2}{4} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s = -2s'$$

donde hemos tenido en cuenta que la imagen formada por la lente convergente al ser real es invertida. Por tanto:

$$s' - (-2s') = 3s' = 45 \Rightarrow s' = \frac{45}{3} = 15 \text{ cm}$$

Por consiguiente:

$$s = -2 \cdot 15 = -30 \text{ cm}$$

y

$$s' = 15 \text{ cm}$$

A continuación determinamos la distancia focal de la lente. Según la ecuación para las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

En este caso:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-2s'} = \frac{3}{2s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{2s'}{3} = \frac{2 \cdot 15}{3} = 10 \text{ cm}$$

Por consiguiente la distancia focal de la lente es:

$$f' = 10 \text{ cm}$$

b) Determinamos la posición del objeto para que el tamaño de la imagen sea de 4 cm. En este caso, dado que el tamaño del objeto y de la imagen coinciden, el aumento lateral es -1. Por consiguiente:

$$-1 = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -s$$

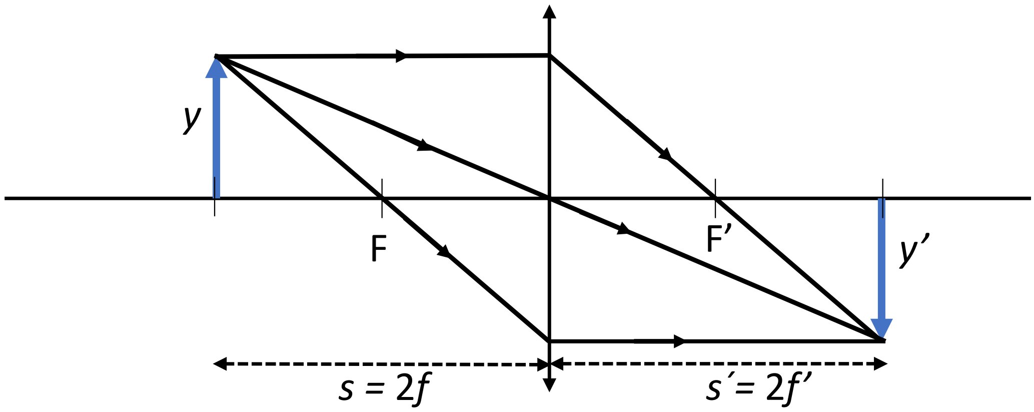
Teniendo en cuenta la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-s'} = \frac{2}{s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = 2f' = 2 \cdot 10 = 20 \text{ cm}$$

Por tanto

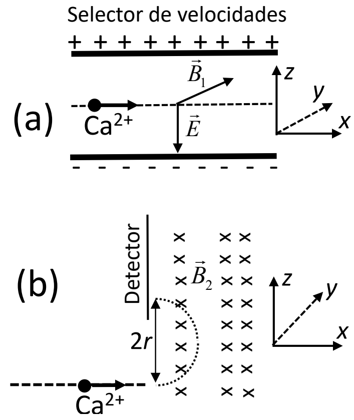
$$s = -20 \text{ cm}$$

El diagrama de rayos es el siguiente:



y
F
F’
y’
s = 2f
s´= 2f’

Pregunta 4.A.- Un espectrómetro de masas consta de un selector de velocidades (figura (a)) y de un detector de iones (figura(b)).



a) (1 punto) En el selector de velocidades, figura (a), hay un campo eléctrico y un campo magnético mutuamente perpendiculares para que solo los iones que tengan una cierta velocidad y viajen en línea recta lleguen al detector. Si el campo magnético es $\vec{B}_1 = 1,0\vec{j}\ \mathrm{mT}$ y se han inyectado iones Ca^{2+},¿cuál es el valor del campo eléctrico $\vec{E}$ para que únicamente los iones con una velocidad $\vec{v} = 2,4 \cdot 10^5\ \vec{i}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ lleguen al detector?

b) (1,5 puntos) A la salida del selector de velocidades, los iones penetran en una región con un campo magnético $\vec{B}_2 = 1,5\vec{j}\ \mathrm{T}$ que les hace describir una trayectoria circular, tal y como se indica en la figura (b). ¿Cuál es el radio de la trayectoria?

Datos: *Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; *Masa atómica del ion* Ca^{2+}, 40 u.

Solución:

a) Determinamos el valor del campo elétrico en el selector de velocidades. Para que los iones se muevan a lo largo de una línea recta en el selector de velocidades la fuerza neta sobre el ion debe ser cero. Es decir:

$$\vec{F} = \vec{F}_{el} + \vec{F}_{mag} = 0 \quad \Rightarrow \quad -qE\vec{k} + qvB_1\vec{k} = 0$$

Por tanto:

$$qE = qvB_1 \quad \Rightarrow \quad E = vB_1 = 2,4 \cdot 10^5 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} = 2{,}4 \cdot 10^2 \text{ N C}^{-1}$$

Luego:

$$\vec{E} = -240\vec{k}\ \mathrm{N\ C^{-1}}$$

b) En primer lugar determinamos la masa del ion de Ca^{2+}. Para ello tenemos en cuenta que la masa molar M_m se corresponde con la masa de un 1 mol de iones; como el número de iones en un mol es el número de Avogadro, entonces:

$$m(^{40}\text{Ca}^{2+}) = \frac{M_m}{N_A} = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 6{,}64 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

A continuación calculamos el valor del radio de la órbita circular descrita por los iones. En la zona del detector solo actúa la fuerza magnética debida al campo magnético. Por tanto:

$$F_{mag} = ma_n \quad \Rightarrow \quad qvB_2 = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv}{qB_2}$$

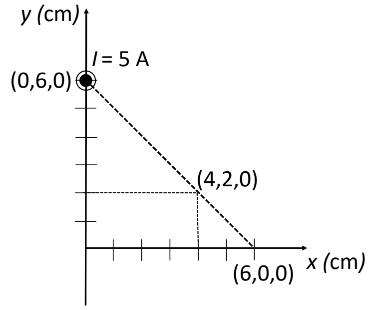
Sustituyendo para el ion Ca^{2+}:

$$r = \frac{mv}{qB_2} = \frac{6,64 \cdot 10^{-26} \cdot 2,4 \cdot 10^5}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5} = 3{,}33 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Por consiguiente:

$$r_{\text{Ca}^{2+}} = 3{,}33 \text{ cm}$$

Pregunta 4.B.- Un hilo rectilíneo infinito paralelo al eje z pasa por el punto (0, 6, 0) cm y transporta una corriente $I = 5\,\text{A}$ en el sentido positivo del eje z.



a) (1,25 puntos) Calcule el campo magnético creado por el hilo en el punto (4, 2, 0) cm .
b) (1,25 puntos) Determine la intensidad de corriente que debe transportar un segundo hilo rectilíneo infinito que se sitúe paralelo al eje z y que pase por el punto (6, 0, 0) cm para que el campo magnético total en el punto (4, 2, 0) cm sea cero.

Dato: *Permeabilidad magnética del vacío,* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

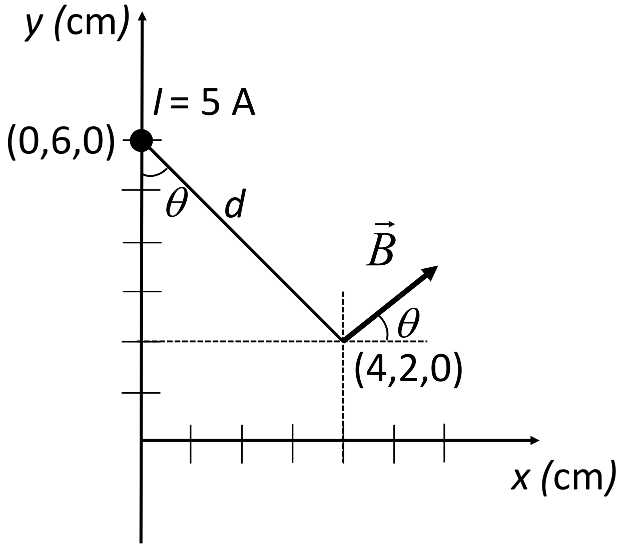
Solución:

a) Sabemos que el campo magnético creado por un hilo rectilíneo infinito en un punto viene dado por la expresión:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}$$

donde *r* es la distancia desde el hilo al punto donde se quiere determinar el valor del campo magnético y $\vec{u}$ es un vector unitario que nos da la dirección del campo magnético $\vec{B}$. Si aplicamos la expresión anterior a nuestro caso se obtiene:

$$\vec{B}(4,2,0) = \left|\vec{B}\right| \left(\cos\theta\vec{i} + \operatorname{sen}\theta\vec{j}\right)$$



En este caso, según la figura:

$$r = \sqrt{4^2 + (6-2)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}\ \text{cm}$$

$$\cos\theta = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Por tanto:

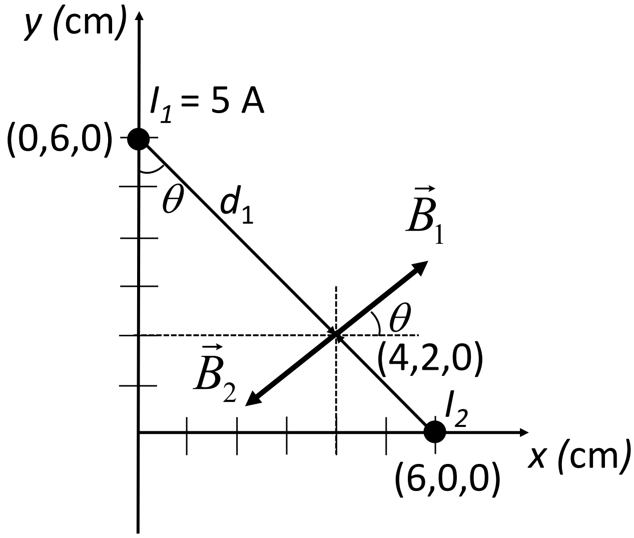
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\left(\cos\theta\vec{i} + \operatorname{sen}\theta\vec{j}\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 4\sqrt{2} \cdot 10^{-2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right) = 1,25 \cdot 10^{-5}\vec{i} + 1,25 \cdot 10^{-5}\vec{j}\ \text{T}$$

Luego:

$$\vec{B}(4,2,0) = 1,25 \cdot 10^{-5}\left(\vec{i} + \vec{j}\right)\ \text{T}$$

b) Por simetría, según la figura, la intensidad de corriente por el segundo hilo indefinido debe ir también en el sentido positivo del eje *z*, de esta forma ambos campos son opuestos. Para que el campo se anule debe verificarse:

$$\left|\vec{B}_1(4,2,0)\right| = \left|\vec{B}_2(4,2,0)\right| \Rightarrow \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \Rightarrow \frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d_2} \Rightarrow I_2 = \frac{d_2}{d_1} I_1$$



Tenemos en cuenta que:

$$d_1 = 4\sqrt{2}\ \mathrm{cm}$$
$$d_2 = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}\ \mathrm{cm}$$

Por tanto:

$$I_2 = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}} \cdot 5 = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot 5 = 2{,}5\ \text{A}$$

Luego:

$$I_2 = 2{,}5\,\text{A}$$