FÍSICA EXTRAORDINARIO 2025

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2.5 puntos)

En Lund, Suecia, se está construyendo la futura Fuente Europea de Neutrones por Espalación. Los neutrones, por las características de la interacción neutrón-materia, son una herramienta muy eficiente para estudiar, analizar y comprender la estructura y propiedades de la materia. Las instalaciones de la Fuente Europea de Neutrones constan de un acelerador lineal en el que se aceleran protones, H^+ , hasta alcanzar, al final del acelerador, una energía cinética de 2 GeV. Posteriormente, se hace impactar el haz de protones sobre un blanco, consistente en un bloque giratorio de tungsteno mantenido a baja temperatura. Como consecuencia del choque el blanco emite neutrones. A los neutrones se les hace pasar por diferentes moderadores, áreas a una determinada temperatura, para modificar su energía cinética.

a) (1,5 puntos) Determine la masa relativista de los protones al final del acelerador lineal, cuando su energía cinética es de 2 GeV.

b) (1 punto) Si se obtienen neutrones con una energía cinética de 25 meV (no relativista), ¿cuál es el valor de su velocidad y de la longitud de onda de de Broglie?

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa del protón en reposo, $m_{p0} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; Masa del neutrón, $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.

Solución:

a)

$$\begin{aligned} m_{rel} &= \gamma m_{p0} \\ E_c &= 2 \text{ GeV} = 2 \cdot 10^9 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 3,2 \cdot 10^{-10} \text{ J} \\ E_{rel} &= E_c + E_0 \Rightarrow \gamma m_p c^2 = E_c + m_p c^2 \Rightarrow \gamma = 1 + E_c/m_p c^2 \Rightarrow \\ &= 1 + \frac{3,2 \cdot 10^{-10}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} \Rightarrow \gamma = 3,13 \end{aligned}$$

$$\text{Así: } m_{rel} = 3,13 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \Rightarrow m_{rel} = 5,23 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

b)

$$E_c = 25 \text{ meV} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ eV} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 4 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \Rightarrow v = 2,19 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 2,19 \cdot 10^3} = 1,81 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Ejercicio 2.A. (Calificación máxima: 2.5 puntos)

Una nave alienígena se sitúa en una órbita circular de radio "r" en torno a la Tierra. Los tripulantes de la nave observan que tardan 1,59 horas en dar una vuelta completa y saben que la velocidad de escape desde la órbita es 10,7 km·s⁻¹.

a) (1 punto) Deduzca las expresiones del periodo de la órbita de la nave y de la velocidad de escape desde la órbita en función de G, de la masa de la tierra M_T, y del radio de la órbita r.

b) (1, 5 puntos) Calcule el radio de la órbita de la nave y la masa de la Tierra.

Dato: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67 · 10⁻¹¹Nm²kg⁻².

Solución:

a)

$$F_g = F_c \Rightarrow G \frac{M_T m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_T}{r}}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$$

$$E_p + E_c = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{M_T m}{r} = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{2 \frac{GM_T}{r}}$$

b)

$$T = 1,59 \text{ h} = 5724 \text{ s}; v_e = 10,7 \text{ km/s} = 1,07 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_T}} \Rightarrow M_T = 4\pi^2 \frac{r^3}{T^2 G}$$

$$v_e^2 = \frac{2GM_T}{r} \Rightarrow v_e^2 = \frac{2G}{r} \cdot 4\pi^2 \frac{r^3}{T^2 G} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{v_e^2 T^2}{8\pi^2}} \Rightarrow r = 6,89 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Así, con $M_T = 4\pi^2 \frac{r^3}{T^2 G}$ sustituyendo el radio y los demás datos conocido podemos hallar el valor de la masa de la Tierra: $M_T = 5,91 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Ejercicio 2.B. (Calificación máxima: 2.5 puntos)

Sean dos partículas idénticas de masas $m_1 = m_2 = 3 \text{ kg}$, situadas en los puntos $P_1(0, 0) \text{ m}$ y $P_2(6, 0) \text{ m}$ del plano xy.

a) (1,5 puntos) Halle el campo gravitatorio creado por ambas partículas en el punto (3, 3) m.

b) (1 punto) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para llevar una partícula de masa $m = 1 \text{ kg}$ desde el punto (3, 3) m al punto (0, 3) m.

Dato: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67 · 10⁻¹¹Nm²kg⁻².

Solución:

a) La distancia de la partícula 1 al punto (3,3) es la misma que la de la partícula 2 al punto. Por lo tanto, los ángulos que forman también son los mismos.

$$\text{distancia}_{13} = r = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \text{ m} \quad \alpha = \arctg(3/3) = 45^\circ$$

$$g_1 = g_2 = G \frac{m_1}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{3}{18} = 1,11 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{g} = (g_{1x} - g_{2x})\vec{i} + (g_{1y} + g_{2y})\vec{j}$$

$$g_{1x} = g_{2x} \Rightarrow g_{Tx} = 0 \text{ m/s}^2$$

$$g_{1y} = g_{2y} \Rightarrow g_{Ty} = 2g_{1y} = 2g_1 \cdot \text{sen}(45) = 1,57 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}^2$$

$$\text{Así: } \vec{g} = -1,57 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ m/s}^2$$

b)

$$W_{(3,3) \rightarrow (0,3)} = -m\Delta V = -m(V_{(0,3)} - V_{(3,3)})$$

$$V_{(0,3)} = V_{m1(0,3)} + V_{m2(0,3)} = -G\left(\frac{m_1}{d_1} + \frac{m_2}{d_2}\right) = -6,67 \cdot 10^{-11} \left(\frac{3}{3} + \frac{3}{\sqrt{6^2 + 3^2}}\right) \Rightarrow$$

$$V_{(0,3)} = -9,65 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$$

$$V_{(3,3)} = V_{m1(3,3)} + V_{m2(3,3)} = -G\left(\frac{m_1}{r} + \frac{m_2}{r_2}\right) = -6,67 \cdot 10^{-11} \left(\frac{3}{\sqrt{18}} + \frac{3}{\sqrt{18}}\right) \Rightarrow$$

$$V_{(3,3)} = -9,43 \cdot 10^{-11} \text{ J/kg}$$

$$\text{Así: } W_{(3,3) \rightarrow (0,3)} = 1 \cdot (-9,65 \cdot 10^{-11} - (-9,43 \cdot 10^{-11})) = 2,2 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Ejercicio 3.A. (Calificación máxima: 2.5 puntos)

Un muelle de constante elástica k tiene uno de sus extremos unido a una pared y el otro unido a un bloque de masa m . El bloque se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si el bloque se separa una distancia de 5 cm con respecto a la posición de equilibrio y se suelta, se observa que su energía cinética al pasar por el punto de equilibrio es 0,02 J.

a) (1 punto) Determine la constante elástica del muelle, k .

b) (1,5 puntos) Si la masa del bloque es $m = 4 \text{ kg}$, calcule el periodo de las oscilaciones y el módulo de la velocidad del bloque cuando el desplazamiento con respecto al punto de equilibrio sea $x = 2 \text{ cm}$.

Solución:

a) En el punto de equilibrio la energía cinética es máxima y la potencial 0 y de forma análoga en el punto de máxima elongación la potencial es máxima y la cinética 0 por lo que basta con igualarlas para hallar la constante elástica del muelle.

$$E_c = E_p \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \Rightarrow k = \frac{2E_c}{\Delta x^2} = \frac{2 \cdot 0,02}{0,05^2} \Rightarrow k = 16 \text{ N/m}$$

b)

$$k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{4}{16}} \Rightarrow T = 3,14 \text{ s}$$

Para hallar la velocidad cuando el desplazamiento es 2 cm basta con igualar la energía cinética que hay en el punto de equilibrio con la energía mecánica que tenemos en la elongación de 2 cm.

$$E_{c_{\text{equilibrio}}} = E_{M_{x=2\text{cm}}} \Rightarrow E_{cE} = E_{p2} + E_{c2} \Rightarrow E_{cE} = \frac{1}{2} k \Delta x^2 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_{cE} - k \Delta x^2}{m}}$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,02 - 16 \cdot 0,02^2}{2}} \Rightarrow v = 9,17 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

Ejercicio 3.B. (Calificación máxima: 2.5 puntos)

Se sitúa a la izquierda de una lente convergente un objeto de 4 cm de altura, formándose una imagen real de tamaño 2 cm. La distancia entre la posición del objeto y la posición de la imagen es de 45 cm.

a) (1,5 puntos) Determine la posición del objeto, de la imagen y la distancia focal de la lente.

b) (1 punto) Halle la posición en la que hay que colocar el objeto para que el tamaño de la imagen real que se forme sea de 4 cm. Realice en este caso el correspondiente diagrama de rayos.

Solución:

- a) La imagen real que forma una lente convergente es invertida a la derecha de la lente, por lo que:

$$y = 4 \text{ cm}; y' = -2 \text{ cm}; s' - s = 45 \text{ cm}$$

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{-2}{4} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s = -2s'$$

$$s' - (-2s') = 45 \Rightarrow 3s' = 45 \Rightarrow s' = 15 \text{ cm} \Rightarrow s = -30 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{s' \cdot s}{s - s'} = \frac{-30 \cdot 15}{-30 - 15} \Rightarrow f' = 10 \text{ cm}$$

- b)

$$y' = 4 \text{ cm} \Rightarrow A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{-4}{4} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s = -s'$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{2}{s} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{f'} \Rightarrow s = -2f' = -2 \cdot 10 \Rightarrow s = -20 \text{ cm}$$

Ejercicio 4.A. (Calificación máxima: 2.5 puntos)

Un espectrómetro de masas consta de un selector de velocidades (figura (a)) y de un detector de iones (figura(b)).

a) (1 punto) En el selector de velocidades, figura (a), hay un campo eléctrico y un campo magnético mutuamente perpendiculares para que solo los iones que tengan una cierta velocidad y viajen en línea recta lleguen al detector. Si el campo magnético es $\vec{B}_1 = 1,0 \vec{j} \text{ mT}$ y se han inyectado iones Ca^{2+} , ¿cuál es el valor del campo eléctrico $\vec{E}$ para que únicamente los iones con una velocidad $\vec{v} = 2,4 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ ms}^{-1}$ lleguen al detector?

b) (1,5 puntos) A la salida del selector de velocidades, los iones penetran en una región con un campo magnético $\vec{B}_2 = 1,5 \vec{j} \text{ T}$ que les hace describir una trayectoria circular, tal y como se indica en la figura (b). ¿Cuál es el radio de la trayectoria?

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa atómica del ion Ca^{2+} , 40 u.

Solución:

a) Para que la trayectoria del ión no se curve y viaje en línea recta la fuerza debida al campo eléctrico debe ser igual en módulo que la debida al campo magnético.

$$|\vec{F}_e| = |\vec{F}_m| \Rightarrow |qE| = |qvB_1| \Rightarrow E = vB_1 = 2,4 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow E = 240 \text{ N/C}$$

De forma vectorial, si el campo magnético va según el sentido del eje y positivo el campo eléctrico debe ir en sentido z negativo para así anularse las fuerzas. Por lo que el campo eléctrico de forma vectorial queda:

$$\vec{E} = -240 \vec{k} \text{ N/C}$$

b) Para hallar el radio de la trayectoria basta con igualar la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el ión e igualarlo a la fuerza centrípeta. La velocidad en este caso será la misma que a la entrada del selector de velocidades.

$$u = \frac{10^{-3}}{N_A} \text{ kg} \Rightarrow m_{\text{ión}} = 40 \cdot \frac{10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \Rightarrow m_{\text{ión}} = 6,64 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$|F_m| = |F_c| \Rightarrow |q_c a v B_2| = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{2q_e B_2} = \frac{6,64 \cdot 10^{-26} \cdot 2,4 \cdot 10^5}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = 3,32 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Ejercicio 4.B. (Calificación máxima: 2.5 puntos)

Un hilo rectilíneo infinito paralelo al eje z pasa por el punto (0, 6, 0) cm y transporta una corriente $I = 5 \text{ A}$ en el sentido positivo del eje z.

a) (1,25 puntos) Calcule el campo magnético creado por el hilo en el punto (4, 2, 0) cm.

b) (1,25 puntos) Determine la intensidad de corriente que debe transportar un segundo hilo rectilíneo infinito que se sitúe paralelo al eje z y que pase por el punto (6, 0, 0) cm para que el campo magnético total en el punto (4, 2, 0) cm sea cero.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

Solución:

a)

$$d = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} \text{ cm}; \alpha = \arctg(4/4) \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot \sqrt{32} \cdot 10^{-2}} \Rightarrow B = 1,77 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$\vec{B} = 1,77 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(45^\circ) \vec{i} + 1,77 \cdot 10^{-5} \cdot \text{sen}(45^\circ) \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = 1,25 \cdot 10^{-5} \vec{i} + 1,25 \cdot 10^{-5} \vec{j} \text{ T}$$

b) Si colocamos un hilo en el punto (6,0,0) cm paralelo al eje z y queremos que anule el campo magnético creado por el hilo 1 en el punto (4,2,0) cm éste segundo hilo deberá llevar una intensidad en el sentido positivo del eje z ($+\vec{k}$).

$$d_2 = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} \text{ cm}; \alpha = \arctg(2/2) \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \Rightarrow I_2 = \frac{2B_2 \pi d_2}{\mu_0} = \frac{2\pi \cdot 1,77 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{8} \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = 2,5 \text{ A} \Rightarrow \vec{I}_2 = 2,5 \vec{k} \text{ A}$$