FÍSICA CONVOCATORIA ORDINARIA 2024-2025

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Eris es un planeta del sistema solar descubierto en enero de 2005 por un equipo del observatorio de Monte Palomar dirigido por Michael E. Brown. Es el objeto transneptuniano más masivo, el segundo más grande después de Plutón y el cuerpo más grande del sistema solar que no ha sido visitado por una sonda espacial. Tiene un diámetro de 2330 km, ligeramente inferior al de Plutón, y su densidad es de $2,5 \text{ g cm}^{-3}$. La órbita de Eris es muy excéntrica; actualmente el planeta se encuentra a su máxima distancia del Sol (afelio), a $1,45 \cdot 10^{13} \text{ m}$, llegando a situarse a $5,24 \cdot 10^{12} \text{ m}$ del Sol durante su perihelio.

- a) (1 punto) Calcule la masa del planeta y el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.
- b) (1,5 puntos) Sabiendo que la energía mecánica de un objeto de masa m_1 que órbita alrededor de un objeto de masa m_2 con una órbita elíptica de semieje mayor a es

$$E_{mec} = - \frac{G m_1 m_2}{2a}$$

Donde G es la constante de gravitación universal, halle la energía mecánica de Eris y calcule la velocidad orbital que tendrá en el perihelio.

Datos: Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa del Sol, $M_{sol} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Solución:

- a) Antes de calcular la masa debemos expresar la densidad ρ en unidades del S.I.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 2,5 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi (1,165 \cdot 10^6)^3 = 1,656 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

Empleando la masa del planeta, procedemos a obtener la aceleración gravitatoria en su superficie.

$$g_{Eris} = \frac{G m}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,656 \cdot 10^{22}}{(1,165 \cdot 10^6)^2} = 0,816 \text{ m s}^{-2}$$

- b) Para poder calcular la energía mecánica, debemos tener en cuenta la siguiente relación

$$r_a + r_p = 2a \Rightarrow 2a = 1,45 \cdot 10^{13} + 5,24 \cdot 10^{12} = 1,97 \cdot 10^{13}$$

$$E_{mec} = - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \cdot 1,656 \cdot 10^{22}}{1,97 \cdot 10^{13}} = -1,114 \cdot 10^{29} \text{ J}$$

Teniendo en cuenta la conservación de la energía mecánica en la órbita, podemos obtener la velocidad en el perihelio

$$E_{mec} = E_{c_p} + E_{p_p} \Rightarrow E_{c_p} = E_{mec} - E_{p_p} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_p^2 = E_{mec} + \frac{GM_{Sol}m}{r_p} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2E_{mec}}{m} + \frac{GM_{Sol}}{r_p}} = \sqrt{\frac{-2 \cdot 1,116 \cdot 10^{29}}{1,656 \cdot 10^{22}} + \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{5,24 \cdot 10^{12}}}$$

Finalmente, $v_p = 6099,78 \text{ m s}^{-1}$

Electromagnetismo

Ejercicio 2.A. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Un electrón de carga $-e$ y un positrón de carga $+e$ se encuentran inicialmente fijos en el plano XY en las posiciones (0,6) nm y (0,-6) nm, respectivamente.

- (1,25 puntos) Obtenga el campo eléctrico en el punto (8,0) nm debido a ambas partículas.
- (1,25 puntos) Si al positrón se le imprime una velocidad de $-1,5 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1} \vec{j}$, permanece fijo el electrón, determine la máxima distancia de alejamiento entre ambas partículas.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$; Valor absoluto de la carga del electrón y del positrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa del electrón y del positrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Solución:

- El esquema del sistema de cargas es el siguiente

Para calcular el campo resultante en el punto (8,0) debemos calcular en primera instancia la distancia de las cargas a dicho punto aplicando el teorema de Pitágoras

$$d = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ nm}$$

El ángulo entre el punto y las cargas es $\alpha = \arctan\left(\frac{6}{8}\right) = 36,87^\circ$

Procedemos ahora a descomponer el campo en sus componentes x e y

$$E_x = E_x^+ - E_x^- = K \frac{e}{d^2} \cos\alpha - K \frac{e}{d^2} \cos\alpha = 0$$

Como era de esperar, las componentes del campo en el eje X se cancelan.

$$E_y = E_y^+ + E_y^- = 2K \frac{e}{d^2} \operatorname{sen}\alpha = 1,728 \cdot 10^7 \text{ V/m}$$

El campo resultante por tanto es:

$$\vec{E} = 1,728 \cdot 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}} \vec{j}$$

- b) Empleamos la conservación de la energía teniendo en cuenta que la velocidad final es nula

$$Ec_i + Ep_i = Ep_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + e\Delta V_i = e\Delta V_f \Rightarrow -K \frac{e^2}{d_f} = \frac{1}{2}mv^2 - K \frac{e^2}{d_i}$$

$$d_f = \frac{-Ke^2}{\frac{1}{2}mv^2 - K \frac{e^2}{d_i}} = 25,7 \text{ nm}$$

Ejercicio 2.B. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Una espira conductora de radio 20 cm se encuentra en el seno de un campo magnético homogéneo perpendicular al plano de la espira (ver figura). Si la espira tiene una resistencia de 40Ω , calcule la máxima intensidad de corriente que circulará por la espira en los siguientes casos:

- a) (1,25 puntos) El módulo del campo magnético es constante de valor $B = 150 \text{ mT}$, y la espira gira en torno a uno de sus diámetros con una velocidad angular de 50 rad s^{-1} .
- b) (1,25 puntos) La espira se encuentra fija, y el módulo del campo magnético varía con el tiempo conforme a $B = B_0 \operatorname{sen}(\omega t)$, con $B_0 = 200 \text{ mT}$ y $\omega = 75 \text{ rad s}^{-1}$.

Solución:

- a) En este caso, la variación del flujo se debe a la rotación de la espira.

$$\phi = NBS \cos(\omega t) = NB\pi r^2 \cos(\omega t) = 0,15 \cdot \pi \cdot 0,04 \cdot \cos(50t) = 1,88 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(50t)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -50 \cdot 1,88 \cdot 10^{-2} \cdot \operatorname{sen}(50t) = -0,94 \cdot \operatorname{sen}(50t)$$

Según la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = 0,94 \cdot \text{sen}(50t)$$

Aplicamos ahora la ley de Ohm para obtener la corriente máxima, la cual se produce cuando $\text{sen}(50t) = 1$.

$$\varepsilon = IR \Rightarrow I_{\max} = \frac{0,94}{40} = 23,5 \text{ mA}$$

b) En este caso, la variación del flujo se debe a la variación del campo magnético.

$$\phi = BS = B_0 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \text{sen}(\omega t) = 2,513 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}(75t)$$

De nuevo, empleamos la ley de Faraday-Lenz y la ley de Ohm para obtener la intensidad de corriente máxima:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -1,885 \cdot \cos(75t) \Rightarrow I_{\max} = \frac{1,885}{40} = 47 \text{ mA}$$

Vibraciones y ondas

Ejercicio 3.A. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Una ballena sumergida en el mar a una cierta profundidad emite un potente sonido grave de 60 Hz y 25 m de longitud de onda. Un barco A, situado sobre su vertical, detecta dicho sonido con su sónar 80 ms después de ser emitido, y poco tiempo después es detectado por otro barco B situado a 300 m del barco A.

- (1 punto) Halle la profundidad a la que se encuentra la ballena.
- (1,5 puntos) Si el barco A recibe el sonido con una intensidad de $3 \mu\text{W m}^{-2}$, calcule la potencia del sonido emitido por la ballena y el nivel de intensidad sonora que detectará el barco B.

Datos: Intensidad umbral, $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

Solución:

Para calcular la profundidad debemos emplear la ecuación del MRU, ya que el sonido se desplaza a velocidad constante en el agua. Por ello, calculamos la velocidad de propagación de la onda sonora

$$v_s = \lambda \cdot f = 25 \cdot 60 = 1500 \text{ m/s}$$

$$h = v_s \cdot t = 1500 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = \mathbf{120 \text{ m}}$$

- b) Calculamos la potencia teniendo en cuenta la intensidad percibida por el barco A y que éste está a una distancia de 120 m de la fuente (ballena):

$$P = I_A \cdot S_A = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi(120)^2 = \mathbf{0,54 \text{ W}}$$

Conociendo ahora la potencia emitida por la fuente, aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar la distancia de la ballena al barco B y calculamos la intensidad sonora en B para después obtener el nivel de intensidad sonora:

$$I_B = \frac{P}{S_B} = \frac{0,54}{4\pi(323)^2} = 4,12 \cdot 10^{-7} \text{ W m}^{-2}$$

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I_B}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{4,12 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}}\right) \cong \mathbf{56 \text{ dB}}$$

Ejercicio 3.B. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Considere la imagen formada por una lente delgada de distancia focal f' de un objeto situada a una distancia s a la izquierda de la lente.

- a) (1 punto) Demuestre que el aumento lateral M tiene la siguiente expresión en función de la distancia focal f' y la posición del objeto s :

$$M = \frac{f'}{f' + s}$$

- b) (0,5 puntos) Considerando la expresión obtenida en el apartado anterior, razone si una lente divergente puede formar una imagen invertida.
c) (1 punto) Dibuje el trazado de rayos a través del sistema óptico de la imagen formada por una lente divergente si el objeto se sitúa a una distancia dos veces su distancia focal.

Solución:

- a) Debemos tener en cuenta las siguientes fórmulas de lentes delgadas

$$M = -\frac{s'}{s} \text{ y } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Despejando de la segunda, obtenemos

$$s' = \frac{f's}{f' + s}$$

Con objeto real $s > 0$ y lente divergente $f' < 0$, se obtiene $s' < 0$ y por tanto $M > 0$ (Imagen virtual, derecha y reducida). Sustituyendo en la ecuación del aumento lateral

$$M = \frac{s'}{s} = \frac{\frac{f's}{f' + s}}{s} = \frac{f'}{f' + s}$$

b) Para una lente divergente se cumple que $f' < 0$ y $s < 0$.

$$M = \frac{-f'}{-f' - s} = \frac{f'}{f' + s} > 0 \text{ ¡SIEMPRE!}$$

Por tanto, como $M > 0$ y $M < 1$ la imagen siempre será derecha y menor que el objeto.

c)

Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas

Ejercicio 4.A. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Las moléculas de ozono absorben luz ultravioleta (UV) de alta energía, lo que evita que llegue a la superficie de la Tierra demasiada radiación dañina para los seres vivos.

- (1 punto) Halle la diferencia de energía, expresada en electrón-voltios, entre los niveles electrónicos de la molécula de ozono que inducen la absorción de radiación de 260 nm.
- (1,5 puntos) Si el flujo de fotones de 260 nm que le llega a una persona con su cuerpo expuesto al sol es de $2,6 \cdot 10^{14}$ fotones s^{-1} , calcule la potencia que le incide debida a esos fotones UV y la energía recibida en 30 minutos.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J s$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 m s^{-1}$.

Solución:

- La variación de energía debida que experimenta una molécula de ozono es debida a la radiación incidente que le aporta un fotón

$$\Delta E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,3 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{260 \cdot 10^{-9}} = 7,64 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\Delta E = 7,64 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,78 \text{ eV}$$

- b) Calculamos la potencia debida a los N fotones incidentes en 1 segundo (cada segundo). La energía de cada fotón es la calculada en el apartado anterior.

$$P = \frac{NE}{t} = \frac{2,6 \cdot 10^{14} \cdot 7,65 \cdot 10^{-19}}{1} = 0,199 \text{ mW}$$

Obtenemos la energía gracias a la relación que tiene ésta con la potencia

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P \cdot t = 0,199 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 60 = 0,358 \text{ J}$$

Ejercicio 4.B. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

El mineral de cuarzo (SiO_2) sobre la superficie de la Tierra contiene impurezas de aluminio, con una cantidad de 0,1% de átomos de $^{26}_{13}\text{Al}$ en relación a los átomos de silicio. Cuando el mineral se entierra debido a diversos procesos geológicos (sedimentación, glaciares, etc.) los átomos de $^{26}_{13}\text{Al}$ se desintegran con un tiempo de semidesintegración de 0,72 millones de años.

- a) (1,25 puntos) Calcule la actividad de una muestra de mineral de cuarzo, debida a la presencia de isótopos de $^{26}_{13}\text{Al}$, situada en superficie si contiene $8,3 \cdot 10^{22}$ átomos de silicio.
- b) (1,25 puntos) Se recoge una muestra de cuarzo de unos sedimentos, obteniéndose una relación de 0,08% de átomos de $^{26}_{13}\text{Al}$ respecto a los átomos de silicio. Obtenga la edad correspondiente a la formación de dichos sedimentos.

Solución:

- a) Pasamos el periodo de semidesintegración a segundos (unidad del S.I.)

$$T_{1/2} = 0,72 \cdot 10^6 \text{ años} = 2,27 \cdot 10^{13} \text{ s}$$

Calculamos la constante de desintegración con su relación con el semiperiodo de desintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 3,054 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-1}$$

Nos están preguntando por la actividad inicial (A_0) de la muestra, y el número de átomos dado es el número de átomos iniciales (N_0).

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 = 3,054 \cdot 10^{-14} \cdot 8,3 \cdot 10^{19} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

b) Para calcular la edad de la muestra, tenemos en cuenta que los núcleos finales serán el 0,08% de los iniciales

$$N_f = \frac{0,08}{100} \cdot N_0 = 6,64 \cdot 10^{19} \text{ átomos } {}^{26}_{13}\text{Al}$$

Empleamos la ecuación que rige la variación del número de núcleos con el tiempo

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{N(t)}{N_0} \Rightarrow -\lambda t = \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)$$

Sustituyendo los valores, obtenemos el tiempo transcurrido y, por ende, la edad de la muestra

$$t = -\frac{1}{3,054 \cdot 10^{-14}} \ln\left(\frac{6,64 \cdot 10^{19}}{8,3 \cdot 10^{19}}\right) = 7,307 \cdot 10^{12} \text{ s} \cong 231700 \text{ años}$$