INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 2 \end{cases}$, se pide:

- (1.5 puntos) Comprobar que se cruzan y calcular la distancia entre ellas.
- (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s .
- (0.5 puntos) Hallar el ángulo que forma la recta r con el plano $y = 0$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 2 & 4 & 1 \\ m & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1.5 puntos) Determinar el rango de B en función de los valores de m .
- (1.5 puntos) Calcular la matriz inversa de A y comprobar que verifica $A^{-1} = \frac{1}{5}(A^2 + 3C)$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Los estudiantes de un centro docente han organizado una rifa benéfica, con la que pretenden recaudar fondos para una ONG. Han decidido sortear un ordenador portátil, que les cuesta 600 euros. Quieren fijar el precio de la papeleta, de modo que la recaudación sea máxima. Saben que si el precio de cada una es 2 euros, venderían 5000 papeletas, pero que, por cada euro de incremento en dicho precio, venderán 500 papeletas menos. ¿A qué precio deben vender la papeleta?

Si el único gasto que tienen es la compra del ordenador, ¿cuánto dinero podrán donar a la ONG?

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular el área comprendida entre la curva $y = (x-1)e^x$ y la recta $y = x - 1$.