

	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2021-2022 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Modelo Orientativo
<u>INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN</u> Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las 10 que se proponen. CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos. TIEMPO: 90 minutos.		

A. 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- Determine los valores del parámetro real a para los cuales la matriz A es invertible.
- Calcule, para $a = 0$, la matriz inversa A^{-1} .

A. 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sea S la región del plano definida por:

$$x + y \geq 3, \quad 2x + y \leq 8, \quad x + 2y \leq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

- Represente gráficamente la región S y calcule las coordenadas de sus vértices.
- Obtenga el valor máximo de la función $f(x, y) = 2x + 3y$ en S , indicando el punto de la región en el cual se alcanza el máximo y el valor máximo alcanzado.

A. 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$.

- Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.
- Calcule

$$\int_0^1 2xf(x) dx$$

A. 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una empresa de reparto de comida a domicilio reparte platos de dos restaurantes. El 60 % de los platos que reparte proceden del primer restaurante y el 40 % restante del segundo. El 50 % de los platos que reparte del primer restaurante están cocinados con productos ecológicos, siendo este porcentaje de un 80 % para el segundo restaurante. Elegido un plato al azar:

- Calcule la probabilidad de que esté cocinado con productos ecológicos.
- Si el plato seleccionado no está cocinado con productos ecológicos, obtenga la probabilidad de que proceda del segundo restaurante.

A. 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

El tiempo diario de juego con videoconsolas de un estudiante de secundaria sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 0'25 horas.

- Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 25. Calcule la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ no supere las 2'9 horas si $\mu = 2'75$ horas.
- Sabiendo que para una muestra aleatoria simple de 64 personas se ha obtenido un intervalo de confianza (2'9388, 3'0613) para μ , determine el nivel de confianza con el que se obtuvo dicho intervalo.

B. 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{array}{rcl} x - y + z & = & 2 \\ x - y + az & = & -1 \\ 2x + y + z & = & 6 \end{array} \right\}$$

- a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro real a .
- b) Resuelva el sistema para $a = -2$.

B. 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{10}{x^2 + 2x - 3}$$

- a) Determine el dominio de $f(x)$ y calcule sus asíntotas.
- b) Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y determine los extremos relativos indicando si corresponden a máximos o mínimos.

B. 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considere la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & \text{si } x \leq 2 \\ \ln(x - 1) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a) Determine para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la función $f(x)$ es continua en su dominio.
- b) Para $a = 1$, halle el área de la región acotada delimitada por la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = -1, x = 0$.

B. 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Entre los deportistas profesionales, el 50 % disfrutan de una beca de alto rendimiento y el 30 % está cursando estudios superiores. Se sabe también que el 10 % de los deportistas profesionales disfrutan de una beca de alto rendimiento y además están cursando estudios superiores. Seleccionado un deportista profesional al azar, calcule la probabilidad de que:

- a) Disfrute de una beca de alto rendimiento o esté cursando estudios superiores.
- b) No disfrute de una beca de alto rendimiento, sabiendo que no está cursando estudios superiores.

B. 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una empresa que gestiona una aplicación de movilidad sostenible sabe que el tiempo que tardan en llegar a la universidad en coche los estudiantes se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ minutos y desviación típica $\sigma = 6$ minutos.

- a) Una muestra aleatoria simple de 81 universitarios proporciona un tiempo medio de traslado hasta la universidad de 44 minutos. Calcule el intervalo de confianza al 90 % para estimar μ .
- b) Determine el tamaño mínimo de una muestra aleatoria simple para obtener un intervalo de confianza para μ de amplitud a lo sumo de 3 minutos, con un nivel de confianza del 95 %.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

A.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la condición de existencia de la inversa..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto del parámetro 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la inversa 0,75 puntos.

A.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Representación correcta de la región factible..... 0,50 puntos.

Obtención correcta de los vértices..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinar máximo de la función..... 0,50 puntos.

Encontrar el punto de valor máximo (abscisa y ordenada)..... 0,50 puntos

A.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la ecuación de la recta tangente 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la pendiente de la tangente 0,50 puntos.

Ecuación correcta de la recta tangente 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación correcta de la primitiva de la función..... 0,75 puntos

Cálculo correcto de la integral definida 0,25 puntos.

A.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

A.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión de la distribución de la media muestral 0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable 0,25 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la fórmula del error 0,25 puntos.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos

Obtención correcta del nivel de confianza..... 0,50 puntos.

B.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación correcta del valor crítico 0,50 puntos.

Discusión correcta..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema 1,00 punto.

B.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Estudio correcto del dominio.....0,50 puntos.

Determinación correcta de las asíntotas verticales 0,25 puntos.

Determinación correcta de la asíntota horizontal 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación correcta de la derivada 0,25 puntos.

Determinación correcta de los intervalos 0,50 puntos.

Cálculo correcto de los extremos 0,25 puntos.

B.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Estudio de la continuidad si x no es 20,25 puntos.

Planteamiento correcto de la condición de continuidad en $x=2$ 0,25 puntos.

Obtención correcta del valor del parámetro 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la integral y los límites de integración 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la primitiva 0,50 puntos.

Cálculo correcto del área.....0,25 puntos.

B.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

B.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza 0,25 puntos.

Determinación correcta del intervalo 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del error 0,25 puntos.

Determinación correcta del tamaño de la muestra..... 0,50 puntos.

SOLUCIONES

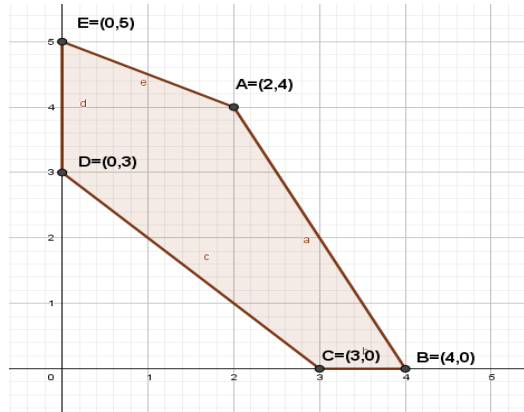
A. 1.

a) La matriz es invertible para $a \neq 2$.

b) Si $a = 0$, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,25 & -0,5 & 0,75 \\ -0,25 & 0,5 & 0,25 \end{pmatrix}$

A. 2.

a) La región S es:



Vértices: $A=(2,4)$, $B=(4,0)$, $C=(3,0)$, $D=(0,3)$ y $E=(0,5)$.

b) Se alcanza el máximo es A. 16 es el valor máximo alcanzado.

A. 3.

a) $y = 1$.

b) $\int_0^1 2xf(x)dx = 1'22$.

A. 4.

a) La probabilidad pedida es 0'62.

b) La probabilidad pedida es 0'2105.

A. 5.

a) La probabilidad pedida es 0,9987.

b) El nivel de confianza es del 95%.

B. 1.

a) Es compatible determinado si $a \neq 1$.

Incompatible si $a = 1$.

b) Si $a = -2$, $x = 2$, $y = 1$ y $z = 1$.

B. 2.

a) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{1, -3\}$.

Asíntota horizontal cuando x tiende a $-\infty$ en $y = 0$ y cuando x tiende a ∞ en $y = 0$.

Asíntotas verticales: $x=1$ y $x=-3$.

Asíntotas oblicuas: no tiene.

b) La función es creciente si $x \in (-\infty, -3) \cup (-3, -1)$.

La función es decreciente si $x \in (-1, 1) \cup (1, \infty)$.

$x = -1$ es un punto crítico, máximo.

B. 3.

a) La función es continua si $a = 1$.

b) $\int_{-1}^0 (x^2 - 2x)dx = \frac{4}{3}$

B. 4.

a) La probabilidad pedida es 0'7.

b) La probabilidad pedida es 0'4286.

B. 5.

a) $I = (42'9, 45'1)$

b) El tamaño muestral mínimo debe ser de 62 estudiantes.