

	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso 2022-2023 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Modelo Orientativo
<u>INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN</u> Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen. Cada ejercicio se valorará sobre 2 puntos, y si consta de dos apartados, cada apartado se valorará sobre 1 punto. DURACIÓN: 90 minutos.		

A.1. Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ a & 1 & -a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Determine los valores de a para los cuales la matriz A es invertible.
- b) Calcule A^{-1} para $a = 1$.

A.2. Una empresa de transportes ha comprado dos furgonetas, una grande y otra mediana. La normativa vigente solo permite circular un máximo de 400000 km a la grande, 250000 km a la mediana y un total de 600000 km entre ambas. Por las rutas que establece la empresa, por cada kilómetro que recorre la furgoneta grande, la mediana circula como máximo 2 km; y por cada kilómetro que recorre la furgoneta mediana, la grande hace un máximo de 4 km. Por cada kilómetro de circulación de la furgoneta grande se obtiene un beneficio de 10 céntimos y por cada kilómetro de circulación de la mediana un beneficio de 5 céntimos.

Determine el máximo beneficio posible y el número de kilómetros que debe recorrer cada una de las furgonetas para obtenerlo.

- A.3. a) Represente la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 3x + 1$ prestando especial atención a la determinación de sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. Determine los valores de x en los que f alcanza máximos o mínimos relativos.
- b) Represente la gráfica de $g(x) = f(x - 3) + 2$, donde f es la función del apartado anterior.

A.4. Considere el lanzamiento de un dado equilibrado. Sea A el suceso el resultado es 1 o 2, B el suceso el resultado es 2 o 3 y C el resultado es par.

- a) Verifique que $P(A|C) = P(B|C) = P(A \cap B|C)$.
- b) Calcule $P(A \cup B|C)$.

A.5. Para una población en la que se observa una variable aleatoria X con distribución normal, de media desconocida y desviación típica igual a 1,5, se tomó una muestra aleatoria simple para estimar la media poblacional y se obtuvo un intervalo de confianza cuyos extremos son 11,0703 y 12,9297.

- a) Determine el valor de la media muestral.
- b) Si el tamaño de la muestra fue 10, ¿cuál es el nivel de confianza del intervalo obtenido?

B.1. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left. \begin{array}{rcl} x + ay & = & a \\ ax + y + az & = & 0 \\ z & = & 1 \end{array} \right\}$$

- a) Discuta la compatibilidad del sistema para los diferentes valores de a .
b) Resuelva el sistema para $a = 2$.
- B.2. a) Determine el área de la región acotada del plano limitada inferiormente por el eje de las x y superiormente por la parábola $y = 9x - x^2$.
b) Determine el área de la región acotada del plano limitada inferiormente por la parábola $y = 9x - x^2$ y superiormente por las rectas tangentes a esa parábola en los puntos de corte con el eje de las x .
- B.3. Una pastelería hace diariamente una cantidad fija de dulces cuya masa requiere de un tiempo de reposo, el cual tiene que ser de una a dos horas. La pastelería usa un ingrediente secreto. La cantidad necesaria de ingrediente secreto, medida en gramos, varía en función del tiempo de reposo de la masa según la siguiente función:

$$Q(t) = \frac{1}{2}t^4 - 3t^2 + 5, \quad 1 \leq t \leq 2$$

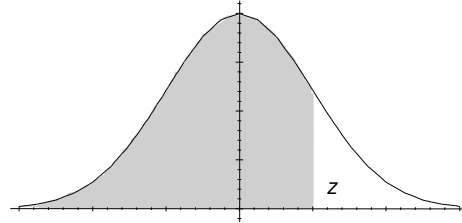
siendo t el tiempo de reposo medido en horas.

- a) La producción diaria de dulces tiene un coste fijo de 150 euros más el coste por el uso del ingrediente secreto, el cual cuesta 100 euros/gramo. Obtenga la función que representa el coste de producción diaria de estos dulces y encuentre el tiempo de reposo de la masa que minimiza dicho coste. Indique el valor del coste mínimo.
b) Obtenga el tiempo de reposo que maximiza el coste de producción e indique la cantidad de ingrediente secreto que se necesitaría en este caso.
- B.4. a) Se tienen 7 sobres cerrados. Uno de ellos contiene un premio y el resto son sobres vacíos. Se lanza un dado y luego se descartan tantos sobres vacíos como el dado indique. Posteriormente, se escoge al azar uno de los sobres que restan.
b) ¿Cuál es la probabilidad de escoger el sobre premiado?
c) Si salió el premio, ¿cuál es la probabilidad de que el resultado del dado haya sido el 1?
- B.5. Para estimar la proporción de estudiantes de una determinada facultad que utilizan la cafetería se toma una muestra de estudiantes al azar.
a) Sabiendo que la proporción poblacional es $P = 0,55$, determine el tamaño mínimo necesario de la muestra de estudiantes para garantizar que, con una confianza del 98,02 %, el margen de error en la estimación no supera el 10 %.
b) Si la muestra aleatoria fue de 100 estudiantes, de los cuales 70 utilizaban la cafetería, determine un intervalo de confianza al 95 % para la proporción de estudiantes que utilizan la cafetería.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos. En todos los casos, se valorará el razonamiento correcto.

Ejercicio A.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de existencia de inversa..... 0,25 puntos.

Obtención de la ecuación 0,25 puntos.

Determinación correcta de los valores pedidos..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de A^{-1} 0,50 puntos.

Cálculo y operaciones correctas. Solución correcta..... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente de forma manual. Analiza y comprende el enunciado a resolver (datos, relaciones entre los datos, condiciones, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).

Ejercicio A.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Establecer correctamente las restricciones 0,50 puntos.

Expresión correcta de la función objetivo 0,50 puntos.

Representación correcta de la región factible y obtención de vértices ... 0,50 puntos.

Encontrar el punto de valor máximo (abscisa y ordenada)..... 0,25 puntos.

Determinar máximo de la función..... 0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica las técnicas gráficas de programación lineal bidimensional para resolver problemas de optimización de funciones lineales que están sujetas a restricciones e interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.

Ejercicio A.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Razonamiento sobre el crecimiento de la función..... 0,25 puntos.

Determinación correcta de los intervalos pedidos..... 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto

Representación correcta de la función..... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Aplica la regla de Barrow al cálculo de integrales definidas de funciones elementales inmediatas.

Ejercicio A.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio A.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión correcta de la distribución de la media 0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable 0,25 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $Z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Planteamiento correcto 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral y de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

Ejercicio B.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Obtención correcta del determinante de la matriz de coeficientes 0,25 puntos.

Cálculo correcto de los valores críticos 0,25 puntos.

Discusión correcta 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto

Solución correcta del sistema 0,50 puntos.

Planteamiento del problema 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Manipula el sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones y tres incógnitas y lo resuelve en los casos en que sea posible. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. El sistema de ecuaciones lineales planteado (como máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas), lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas en contextos reales.

Ejercicio B.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la integral indefinida 0,50 puntos.

Cálculo correcto del área 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención de la asíntota vertical 0,50 puntos.

Obtención de la asíntota horizontal 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica la regla de Barrow al cálculo de integrales definidas de funciones elementales inmediatas. Calcula las asíntotas de funciones racionales. Aplica los conceptos de límite. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

Ejercicio B.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Obtención correcta de la función a optimizar 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la derivada de la función 0,50 puntos.

Cálculo correcto del tiempo de reposo 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. Plantea problemas de optimización sobre fenómenos relacionados con las ciencias sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto. Modeliza con ayuda de funciones problemas planteados en las ciencias sociales. Establece conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando del problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.

Ejercicio B.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio B.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Expresión correcta del error 0,25 puntos.

Determinación correcta del tamaño de la muestra..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Planteamiento correcto..... 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral o de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional y para la proporción en el caso de muestras grandes. Relaciona el error y la confianza de un intervalo de confianza con el tamaño muestral y calcula cada uno de estos tres elementos conocidos los otros dos y lo aplica en situaciones reales

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados