Soluciones

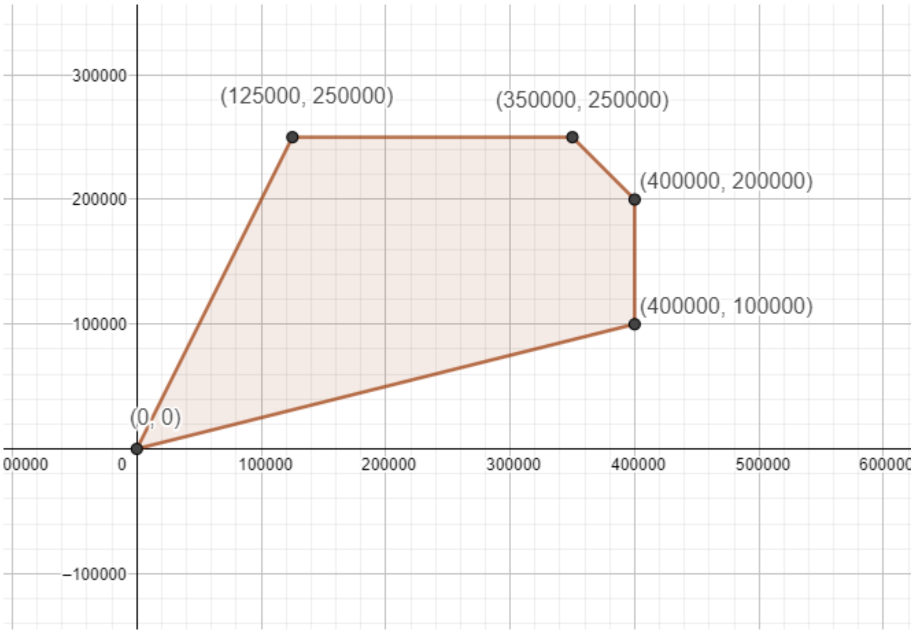
A.1. *a)* El determinante es $|A| = (a+1)^2$, que será igual a 0 si $a = -1$, si a es distinto de este valor la matriz es invertible.

b) Para $a = 1$, la inversa es $A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

A.2. Sea x la variable que representa los km. recorridos por la furgoneta grande. Sea y la variable que representa los km. recorridos por la furgoneta pequeña. La región factible S viene definida por las restricciones:

$$x \leq 400000, y \leq 250000, x + y \leq 600000, x \leq 4y, y \leq 2x.$$

La representación gráfica de S es



S está determinada por los vértices $A = (0, 0)$, $B = (125000, 250000)$, $C = (350000, 250000)$, $D = (400000, 200000)$ y $E = (400000, 100000)$.

La región S es cerrada y acotada, para calcular el valor máximo de la función objetivo $f(x, y) = 10x + 5y$ se evalúa la función en los vértices de S:

$f(0, 0) = 0$

$f(125000, 250000) = 10 \cdot 125000 + 5 \cdot 250000 = 2500000$

$f(350000, 250000) = 10 \cdot 350000 + 5 \cdot 250000 = 4750000$

$f(400000, 200000) = 10 \cdot 400000 + 5 \cdot 200000 = 5000000$

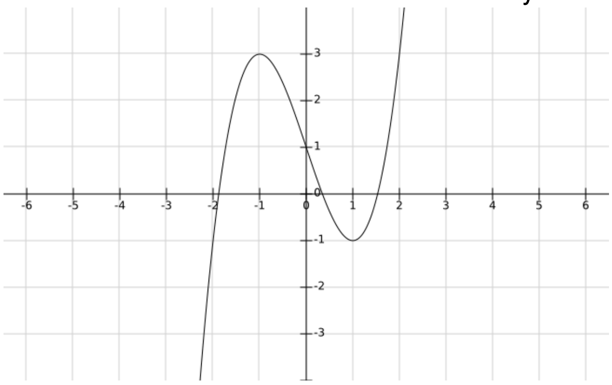
$f(400000, 100000) = 10 \cdot 400000 + 5 \cdot 100000 = 4500000$

El punto de la región en el cual se alcanza el máximo es D, siendo 5000000 el valor máximo alcanzado. Esto es, para obtener el máximo beneficio, la furgoneta grande deberá recorrer 400000 km y la mediana 200000 km, siendo 50000 € el máximo beneficio que se obtiene.

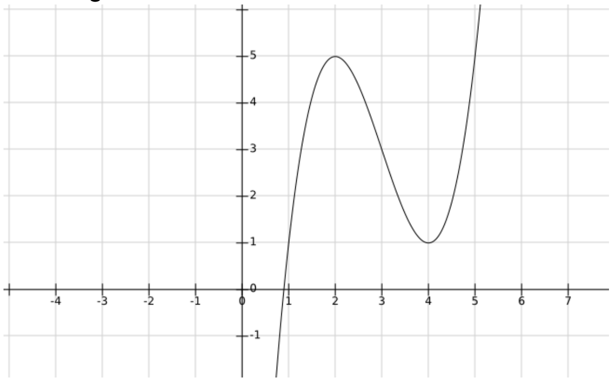
A.3. *a*) $f'(x) = 3x^2 - 3$, que se anula en $x = -1,\ x = 1$.

	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 1)$	1	$(1, +\infty)$
f'	+	0	-	0	+
f	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

La función alcanza su máximo en $x = -1$ y su mínimo en $x = 1$ y su gráfica es



b) Para esta segunda parte puede desarrollarse la función g como un nuevo polinomio o, simplemente, dibujar su gráfica como traslación de la gráfica de f. Sabemos que la gráfica de $f(x-3)$ desplaza la gráfica de f 3 unidades hacia la derecha. Sumar 5 lo que hace es desplazar 2 unidades hacia arriba. Así, la gráfica resultante es



A.4. *a*)

$$P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}.$$

De forma similar se verifica que $P(B|C) = P(A \cap B|C) = 1/3$.

b) Bien sea usando propiedades de la probabilidad condicional o su definición, se llega a

$$P(A \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C) - P(A \cap B|C) = 1/3.$$

A.5. *a*) $\overline{X} = \dfrac{11,0703 + 12,9297}{2} = 12.$

b) $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 12,9297 - 12 => z_{\alpha/2}\dfrac{1,5}{\sqrt{10}} = 0,9297 => z_{\alpha/2} = 1,96 =>$ nivel de confianza del 95 %

B.1. *a*) La matriz del sistema es

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 0 & a \\ a & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Por otro lado, $|A| = 1 - a^2$ que es igual a 0 si $a = -1$ o 1. Entonces,

$$\begin{array}{lll} a = -1, & rg(A) = 2, & rg(\overline{A}) = 2 \\ a = 1, & rg(A) = 2, & rg(\overline{A}) = 3 \\ a \neq -1 \text{ o } 1, & rg(A) = 3, & rg(\overline{A}) = 3 \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{l} \text{Sistema compatible indeterminado} \\ \text{Sistema incompatible} \\ \text{Sistema compatible determinado} \end{array}$$

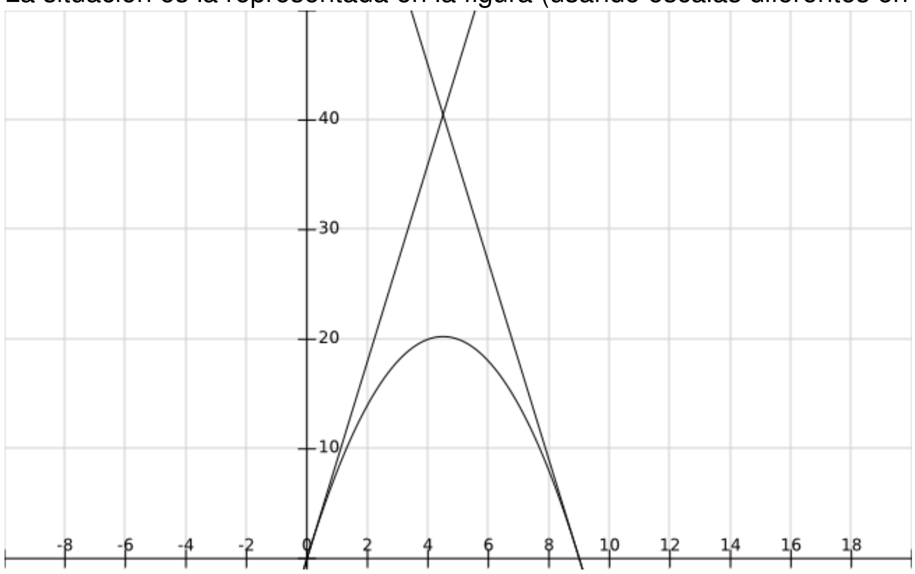
b) Para $a = 2$, la solución es $x = -2; y = 2; z = 1$.

B.2. *a*) En primer lugar se determinan los puntos de corte de la gráfica con el eje de las x.

$$9x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(9 - x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ o } x = 9.$$

Así, el área pedida viene dada por $\int_0^9 (9x - x^2)\, dx = \left[\frac{9}{2}x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^9 = \frac{729}{2} - \frac{729}{3} = \frac{729}{6}$.

b) Calculamos la tangente a la curva en (0,0). Como $f'(x) = 9 - 2x$ tenemos que $f'(0) = 9$ y, por tanto, que la recta tangente a la parábola en $(0, 0)$ es $y = 9x$.
Como $f'(9) = -9$, la recta tangente a la parábola en $(9, 0)$ es $y = -9(x - 9)$. Ambas rectas se cortan en $(\frac{9}{2}, \frac{81}{2})$.
La situación es la representada en la figura (usando escalas diferentes en cada eje)



El área de la figura es el área del triángulo delimitado por las tangentes y el eje menos el área que hemos calculado en el apartado anterior.
Área de la figura= $\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{81}{2} - \frac{729}{6}$.

B.3. *a*) Coste:

$$C(t) = 150 + 100Q(t) = 50t^4 - 300t^2 + 650, \qquad 1 \leq t \leq 2$$

$$C'(t) = 200t(t^2 - 3) \qquad C''(t) = 600(t^2 - 1)$$

$C'(t) = 0 \Longleftrightarrow t = \pm\sqrt{3}$ y $t = 0$. Se observa que $t = -\sqrt{3}$ y $t = 0 \notin [1, 2]$.
Puesto que $C''(+\sqrt{3}) > 0$, existe un mínimo relativo cuando el tiempo de reposo de la masa es $t = +\sqrt{3} = 1,73$ horas, siendo el coste mínimo $C(+\sqrt{3}) = 200$ euros.

b) Puesto que la función es continua y el intervalo cerrado, alcanza máximo y mínimo absoluto en el intervalo $[1, 2]$.
En $t = +\sqrt{3} \in [1, 2]$, $C(+\sqrt{3}) = 200$ euros, siendo este un mínimo relativo.
En $t = 1$, $C(1) = 400$ euros y en $t = 2$, $C(2) = 250$ euros. Por tanto, el coste máximo se produce cuando $t = 1$ hora y la cantidad de ingrediente secreto que se necesitaría cuando la masa reposa una hora es de $Q(1) = 5/2$ gramos.

B.4. *a*) Sea A el suceso de escoger el sobre premiado y D_i el resultado del dado es i. Entonces,

$$P(A) = P(A|D_1)P(D_1)+P(A|D_2)P(D_2)+P(A|D_3)P(D_3)+P(A|D_4)P(D_4)+P(A|D_5)P(D_5)+P(A|D_6)P(D_6).$$

Por otro lado, $P(D_i) = 1/6$ y $P(A|D_i) = 1/(7-i)$, para $1 \leq i \leq 6$. Sustituyendo se obtiene

$$P(A) = \Big(\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1\Big)\frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot 2{,}45 \approx 0{,}4083.$$

b)

$$P(D_1|A) = \frac{P(A|D_1)P(D_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{1}{6} \cdot 2{,}45} = \frac{1}{6 \cdot 2{,}45} \approx 0{,}0680.$$

B.5. *a*) $\varepsilon = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$; $z_{\alpha/2} = 2{,}33$

$n = \dfrac{2{,}33^2 \cdot 0{,}55 \cdot 0{,}45}{0{,}1^2} = 134{,}3653$. El mínimo tamaño muestral es 135.

b) $\widehat{p} = 0{,}7, n = 100, z_{\alpha/2} = 1{,}96$

$0{,}7 \pm 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}7 \cdot 0{,}3}{100}}$

$IC = (0{,}6102; 0{,}7898)$

ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN DEL ACCESO A LA UNIVERSIDAD DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICAS APLIACADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES ii.

Para la elaboración de las pruebas se seguirán las características, el diseño y el contenido establecido en el currículo básico de las enseñanzas del segundo curso de bachillerato LOMCE que está publicado en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.