MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y ESTÁNDARES EVALUADOS EN CADA PREGUNTA

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.
En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.
Los estándares de aprendizaje del bloque 1 se evaluarán transversalmente en todos los ejercicios, penalizando en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y valorando las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.

A. 1.

Correcto planteamiento del problema: 1.5 puntos. (Se darán 0.5 puntos por cada ecuación bien planteada).
Resolución correcta del sistema planteado: 0.5 puntos.
Cálculo correcto del número de defensas, centrocampistas y delanteros: 0.5 puntos.
En caso de resolución correcta de un sistema con alguna ecuación mal planteada, se valorará con hasta 0.5 puntos

Estándares de aprendizaje evaluados: Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas o grafos y para representar sistemas de ecuaciones lineales. Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudia y clasifica el sistema de ecuaciones planteado, lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas.

A. 2.

a) Estudio continuidad: 0.5 puntos (0.25 puntos para $x \neq 1$ y 0.25 puntos para el resto). Asíntota horizontal: 0.25 puntos. Asíntota oblicua: 0.25 puntos.
b) Cálculo de la derivada: 0.5 puntos (planteamiento: 0.25 puntos; resolución: 0.25 puntos).
c) Cálculo de la primitiva: 0.75 puntos. Regla de Barrow: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Conoce las propiedades de las funciones continuas, y representa la función en un entorno de los puntos de discontinuidad. Aplica los conceptos de límite y derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Aplica la regla de L'Hôpital para resolver indeterminaciones en el cálculo de líimites. Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones.

A. 3.

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 por cada punto correcto.
c) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Realiza operaciones elementales con vectores, manejando correctamente los conceptos de base y de dependencia e independencia lineal. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones. Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, significado geométrico, expresión analítica y propiedades. Conoce el producto mixto de tres vectores, su significado geométrico, su expresión analítica y propiedades. Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.

A. 4.

a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
c) Planteamiento: 0.75 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Conoce las características y los parámetros de la distribución normal y valora su importancia en el mundo científico. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y ESTÁNDARES EVALUADOS EN CADA PREGUNTA

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.
En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.
Los estándares de aprendizaje del bloque 1 se evaluarán transversalmente en todos los ejercicios, penalizando en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y valorando las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.

B. 1.

a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos
b) Cálculo del producto AC: 0.25 puntos. Cálculo correcto de la existencia de la inversa: 0.25 puntos. Cálculo de la inversa para $m = 0$: 0.5 puntos
c) Cálculo de B^2: 0.25 puntos. Cálculo de $(B - I)$: 0.25 puntos. Cálculo correcto del parámetro: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente. Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado.

B. 2.

a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 1.5 puntos (cálculo del valor que optimiza la función área: 1 punto; cálculo de las dimensiones pedidas: 0.5 puntos).
b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas. Plantea problemas de optimización relacionados con la geometría o con las ciencias experimentales y sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto.

B. 3.

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.75 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Expresa la ecuación de la recta de sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas. Analiza la posición relativa de planos y rectas en el espacio, aplicando métodos matriciales y algebraicos. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones. Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, significado geométrico, expresión analítica y propiedades. Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.

B. 4.

a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
c) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
d) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula probabilidades a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

MATEMÁTICAS II—SOLUCIONES
Documento de trabajo orientativo

A.1.

Si x representa el número de defensas, y el de centrocampistas y z el de delanteros, se tiene el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 440 \\ x-3y+3z & = & 0 \\ -2x+y+4z & = & 50 \end{array}\right. .$$

Por lo tanto, el número de defensas es 210, el de centrocampistas es 150 y el de delanteros 80.

A.2.

a) Si $x \neq 1$ la función es continua (propiedades de las funciones continuas). En $x = 1$,

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{e(x-1)}{e^x - e} \overset{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x\to 1^-} \frac{e}{e^x} = 1; \quad \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{4x-3} = 1; \quad f(1) = 1,$$

por lo que $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}$.

Asíntota horizontal por la derecha: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{4x-3} = 0$, con lo que la ecuación es $y = 0$.

Asíntota oblicua por la izquierda: pendiente de la recta, $m = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e(x-1)}{x(e^x-e)} = -1$; ordenada en el origen, $n = \lim\limits_{x\to-\infty} \left[\dfrac{e(x-1)}{e^x-e} + x\right] = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{xe^x - e}{e^x - e} = 1$, con lo que la ecuación es $y = -x+1$.

b) $g(x) = e(x-1)$, $g'(x) = e$; por tanto, $g'(0) = e$.

c) $\displaystyle\int_1^5 \sqrt{f(x)}\,dx = \int_1^5 (4x-3)^{-1/2}\,dx = \left(\frac{1}{2}(4x-3)^{1/2}\right)\Bigg|_1^5 = \frac{\sqrt{17}-1}{2}.$

A.3.

a) Un vector normal a dicho plano es $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AA'} = (0,2,0) \times (0,0,5) = (10,0,0)$, y así una ecuación es $x = 1$.

b) Los vectores $\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{AD}$ son perpendiculares a $\overrightarrow{AB} = (0,2,0)$ y al vector normal al plano de la rampa $\vec{n} = (4,0,-3)$. Ambos tienen entonces la misma dirección que $\vec{n} \times \overrightarrow{AB} = (4,0,-3) \times (0,2,0) = (6,0,8)$. El lado del cuadrado mide $|\overrightarrow{AB}| = 2$, y así:

$$C = B + \overrightarrow{BC} = (1,3,1) + 2\left(\frac{3}{5}, 0, \frac{4}{5}\right) = \left(\frac{11}{5}, 3, \frac{13}{5}\right) \quad \text{y} \quad D = A + \overrightarrow{AD} = (1,1,1) + 2\left(\frac{3}{5}, 0, \frac{4}{5}\right) = \left(\frac{11}{5}, 1, \frac{13}{5}\right).$$

c) El volumen del paralelepípedo se puede calcular con el producto mixto $\overrightarrow{AA'} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD})$:

$$\text{volumen del depósito} = \left|\overrightarrow{AA'} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD})\right| = \left|\det\begin{pmatrix} \overrightarrow{AA'} \\ \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AD} \end{pmatrix}\right| = \left|\det\begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ \frac{6}{5} & 0 & \frac{8}{5} \end{pmatrix}\right| = 12\,\mathrm{u}^3.$$

A.4.

$X \equiv$ puntuación $\sim N(100; 35)$

a) $P(100 < X < 140) = P(0 < Z < 1.14) = 0.8729 - 0.5 = 0.3729 \Rightarrow 37.29\,\%$.

b) $P(X < 95) = P(Z < -0.14) = P(Z > 0.14) = 1 - 0.5557 = 0.4443$.

c) $P(X \geq k) = P\left(Z \geq \dfrac{k-100}{35}\right) = P\left(Z \leq \dfrac{-k+100}{35}\right) = 0.7517 \Rightarrow \dfrac{-k+100}{35} = 0.68 \Rightarrow k = 76.2$ es la puntuación mínima necesaria para cobrar los objetivos.

SOLUCIONES

Documento de trabajo orientativo

B.1.

a) $A^tB = \begin{pmatrix} 2m^2-2 & -m \\ -2m & 1 \\ 3m & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow m = 1.$

b) $AC = \begin{pmatrix} 5 & -m-2 \\ 3m & -m+2 \end{pmatrix} \Rightarrow |AC| = 3m^2 + m + 10 = 0$. Esta ecuación no tiene solución. Por lo tanto, $\forall m \in \mathbb{R}$ existe la matriz inversa de AC.

Para $m = 0$, se tiene que $(AC)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

c) $B^2 = \begin{pmatrix} 4m^2-1 & -2m \\ 2m & -1 \end{pmatrix}$ y $B - I = \begin{pmatrix} 2m-1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Por lo tanto, $m = \dfrac{1}{2}$.

B.2.

a) Sean x y $72/x$ las longitudes de los lados mayor y menor, respectivamente, del rectángulo dedicado al huerto (su área es 72 metros cuadrados). El área de la zona de cultivo de hortalizas vendrá dada por la función

$$A(x) = (x-2)\left(\frac{72}{x} - 1\right) = 74 - x - \frac{144}{x}.$$

El máximo de la función se alcanza en el valor $x = 12$ por lo que las dimensiones del huerto serán 12 metros de largo por 6 metros de ancho.

b) El área de la zona de cultivo de hortalizas será 50 metros cuadrados.

B.3.

a) Unas ecuaciones paramétricas de las rectas r y s son, respectivamente, $r \equiv (x,y,z) = (1, 1+t, 2+2t),\ t \in \mathbb{R}$ y $s \equiv (x,y,z) = (-2+2\lambda, 6-2\lambda, \lambda),\ \lambda \in \mathbb{R}$. El sistema de ecuaciones en t y λ

$$\begin{cases} 1 = -2 + 2\lambda \\ 1 + t = 6 - 2\lambda \\ 2 + 2t = \lambda \end{cases}$$

es incompatible; además, dado que las direcciones de las rectas r y s son distintas, estas dos rectas se cruzan.

b) La recta t paralela a s lleva su misma dirección, la del vector $(2,-2,1)$. El ángulo θ que forman estas dos rectas es el ángulo que forman sus vectores directores:

$$\cos\theta = \frac{(0,1,2)\cdot(2,-2,1)}{|(0,1,2)|\cdot|(2,-2,1)|} = 0.$$

Por tanto, las rectas r y t son perpendiculares.

c) La proyección del punto P sobre la recta s será el punto intersección de la recta s con el plano que es perpendicular a dicha recta y contiene al punto P. El plano indicado tiene por ecuación $2x - 2y + z - 2 = 0$, y su intersección con la recta s, es decir, la proyección de P sobre s, es el punto $P'(2,2,2)$.

B.4.

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \dfrac{4}{5} = \dfrac{1}{5}$.

b) Primero calculamos la probabilidad de la intersección. $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \dfrac{11}{20} + \dfrac{13}{20} - \dfrac{4}{5} = \dfrac{2}{5}$.

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \dfrac{2}{5} = \dfrac{3}{5}$.

c) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \dfrac{11}{20} - \dfrac{2}{5} = \dfrac{3}{20}$.

d) $P(A \cap B) = \dfrac{2}{5} \neq P(A) \cdot P(B) = \dfrac{11}{20} \cdot \dfrac{13}{20} \Rightarrow A$ y B no son sucesos independientes.

ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN DEL ACCESO A LA UNIVERSIDAD DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICAS II.

Para la elaboración de las pruebas se seguirán las características, el diseño y el contenido establecido en el currículo básico de las enseñanzas del segundo curso de bachillerato LOMCE que está publicado en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.