



FÍSICA
JULIO 2018
OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

La masa de un objeto en la superficie terrestre es de 50 kg. Determine:

- a) La masa y el peso del objeto en la superficie de Mercurio.
b) A qué altura sobre la superficie de Mercurio el peso se reduce a la tercera parte.
Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; Masa de Mercurio, $M_M = 3,30 \cdot 10^{23} \text{ kg}$; Radio de Mercurio, $R_M = 2,44 \cdot 10^6 \text{ m}$

Solución:

- a) Es imprescindible que diferenciamos bien los dos términos ya que no representan la misma magnitud:

Masa: se define como la cantidad de materia que tiene un cuerpo. Esa magnitud es **invariable** en el planeta, satélite natural, etc.

Peso: es la fuerza con que es atraído un cuerpo por un planeta y/o satélite. Es análogo a la fuerza de atracción gravitatoria existente entre dos masas.

Teniendo en cuenta lo citado anteriormente, la masa del objeto en Mercurio será la misma y el peso del cuerpo se calculará con la siguiente fórmula:

$$|\vec{F}_g| = P = \frac{G \cdot M_M \cdot m}{R_M^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 3,33 \cdot 10^{23} \text{ kg} \cdot 50 \text{ kg}}{(2,44 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 184,85 \text{ N}$$

- b) En este caso nos pide calcular a que altura el peso (fuerza de atracción gravitatoria entre los cuerpos) sea la tercera parte del peso en la superficie. Para ello, tenemos que determinar a qué distancia "r" (siendo $r = R_M + h$) se produce esa reducción de la atracción gravitatoria. Operando llegamos a lo siguiente:

$$\frac{1}{3} |\vec{F}_g(\text{sup})| = |\vec{F}_g| \rightarrow \frac{G \cdot M_M \cdot m}{3R_M^2} = \frac{G \cdot M_M \cdot m}{r^2} \rightarrow 3R_M^2 = r^2 \rightarrow$$

$$r = \sqrt{3}R_M = 4226203,97 \text{ m}$$

Una vez calculado ese valor, calculo a la altura a la que se encontrará el cuerpo.

$$r = R_M + h \rightarrow h = r - R_M = 4226203,97 \text{ m} - 2,44 \cdot 10^6 \text{ m} = 1786203,97 \text{ m}$$



Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

El nivel de intensidad sonora de la sirena de un barco es de 80 dB a 10 m de distancia. Suponiendo que la sirena es un foco emisor puntual, calcule:

- La potencia de la sirena y la intensidad sonora a 1 km de distancia.
- Las distancias, medidas desde la posición de la sirena, donde se alcanza un nivel de intensidad sonora de 70 dB (considerado como límite de contaminación acústica) y donde el sonido deja de ser audible.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

Solución:

a) Como sabemos el nivel de intensidad sonora que hay a esa distancia, podemos determinar la intensidad de la onda (I_1) a esa distancia. Operando llegamos a los siguiente:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \rightarrow I_1 = 10^{\beta/10} \cdot I_0 = 10^{\frac{80}{10}} \cdot 10^{-12} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right) = 10^{-4} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$$

Una vez calculada, calcularemos la potencia del foco emisor ya que sabemos que las ondas sonoras se propagan de forma esférica.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow P = 4\pi r_1^2 \cdot I_1 = 4\pi \cdot (10\text{m})^2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 0,12566 \text{ W}.$$

Con la potencia sonora ya calculada, procederemos a determinar la intensidad a una distancia de 1000 m (1 km).

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{0,12566\text{W}}{4\pi(10^3\text{m})^2} = 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2$$

Una vez calculada la intensidad de la onda sonora, proseguiremos con el cálculo de la intensidad sonora:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2}{10^{-12} \text{ W}/\text{m}^2} = 40 \text{ dB}$$

b) En este caso, necesitamos saber a qué distancia del foco emisor estamos. Para ello, determinamos la intensidad de la onda sonora a la cual tenemos 70 dB.

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} \rightarrow I_2 = 10^{\beta/10} \cdot I_0 = 10^{\frac{70}{10}} \cdot 10^{-12} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right) = 10^{-5} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$$

Aplicando la *ley de atenuación*, determinar a qué distancia estamos del foco emisor.

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \rightarrow r_2^2 = 1000\text{m} \rightarrow r_2 = 31,623 \text{ m}$$



La condición para que el sonido deje de ser audible es que la intensidad de la onda sonora sea igual que la intensidad sonora umbral. Aplicando al igual que en el caso anterior la *ley de atenuación*.

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{r_0^2}{r_1^2} \rightarrow r_0 = 10^5 m$$

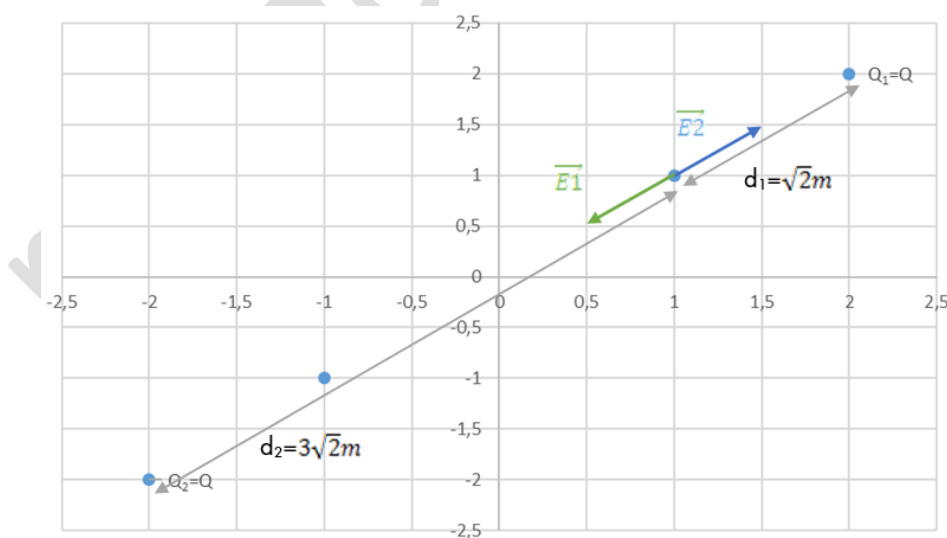
Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos).

Dos cargas eléctricas, positivas e iguales, situadas en los puntos (2,2) m y (-2,-2) m generan un campo eléctrico en el punto (1,1) m de módulo $E = 5 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$; determine:

- El valor de las cargas eléctricas y el vector campo eléctrico en el punto (-1,-1) m.
- El trabajo necesario para traer una carga de $2 \mu\text{C}$ desde el infinito hasta el punto (-1,-1) m.

Solución:

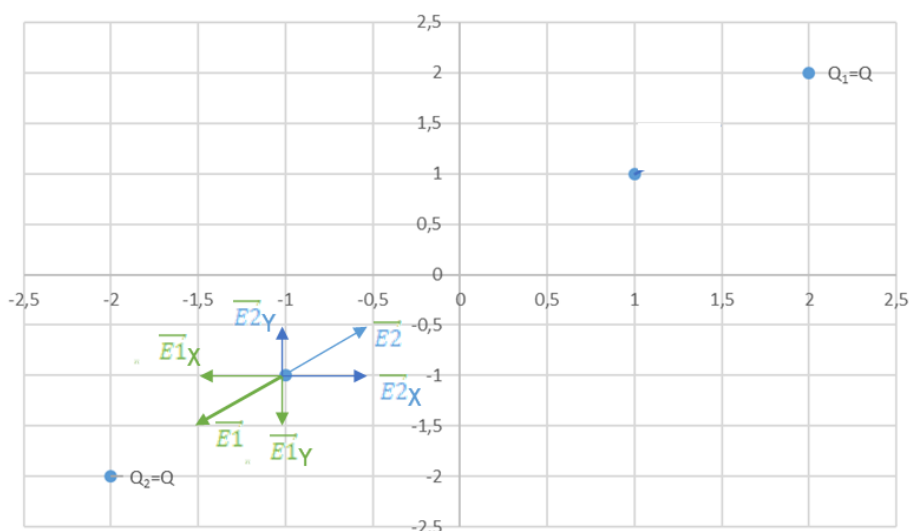
a) En este caso, es necesario incluir un diagrama de los campos eléctricos generados por ambas cargas. Dado que las cargas son de igual signo, los campos generados en el punto (1,1) será de distinto sentido (por ser ambas positivas) y de distinto módulo ya que la distancia de ambas cargas al punto de estudio es diferente. Por ello, y dado que me dan el módulo de la resultante de la resta de los campos eléctricos podemos operar de este modo.



$$E_R = E_1 - E_2 \rightarrow 5 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{K \cdot Q}{d_1^2} - \frac{K \cdot Q}{d_2^2} \rightarrow \frac{5 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}} = \frac{Q}{(\sqrt{2})^2} - \frac{Q}{(3\sqrt{2})^2}$$
$$\rightarrow 5,55 \cdot 10^{-7} \text{ C}^2 = \frac{8Q}{18} \rightarrow Q = 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$



Una vez calculado el valor de cada carga, podemos determinar el vector campo eléctrico para el punto $(-1,-1)$. En este caso, el campo generado por cada carga será de sentido opuesto. Debido a que se encuentra en la bisectriz del primer y tercer cuadrante, el ángulo que forma cada vector (tanto el generado por cada carga como el campo resultante) formará un ángulo de 45° (si está en el primer cuadrante) y de 225° si estamos en el tercero (como es el caso que nos ocupa).



Siendo $d_1 = 3\sqrt{2}m$, y $d_2 = \sqrt{2}m$

$$E_1: \vec{E}_1 = \frac{KQ_1}{d_1^2} \cdot (\cos 225^\circ \cdot \vec{i} + \sin 225^\circ \vec{j}) = -441,941\vec{i} - 441,941\vec{j} \left(\frac{N}{C}\right)$$
$$E_2: \vec{E}_2 = \frac{KQ_2}{d_2^2} \cdot (\cos 45^\circ \cdot \vec{i} + \sin 45^\circ \vec{j}) = 3977,476\vec{i} + 3977,476\vec{j} \left(\frac{N}{C}\right)$$

Ahora calculamos el vector resultante, dando también el módulo y el ángulo que forman con los ejes coordenados.

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 3535,535\vec{i} + 3535,535\vec{j} \left(\frac{N}{C}\right) \rightarrow |\vec{E}_R| = 5000 \frac{N}{C}; \alpha_R = 45^\circ$$

b) En este apartado tenemos que calcular el trabajo para acercar una carga desde el infinito, al punto $(-1,-1)$. Es necesario calcular el voltaje generado por ambas cargas en los puntos inicio y finalización:

- En el infinito (posición inicial): El voltaje global generado por ambas cargas será cero. Ello es así porque si sustituimos en la fórmula el valor r por infinito, el valor obtenido será cero. ($V_A = 0V$).

$$V = \frac{K \cdot Q}{r}$$

- En el punto $(-1,-1)$ o punto final: Calcularemos el voltaje global generado por ambas cargas de la siguiente forma: $d_1 = 3\sqrt{2}m$, y $d_2 = \sqrt{2}m$



$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = \frac{K \cdot Q_1}{d_1} + \frac{K \cdot Q_2}{d_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,25 \cdot 10^{-6}}{3\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,25 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}}$$
$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = 10606,60172 \text{ V}$$

Una vez calculados los voltajes generados por la disposición de cargas, procedemos a calcular el trabajo necesario para mover esa carga:

$$W = q \cdot (V_A - V_B) = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (0 - 10606,60172 \text{ V}) = -0,0212 \text{ J}$$

Teniendo en cuenta el signo del trabajo (negativo) es correcto ya que se realiza en contra del campo eléctrico.

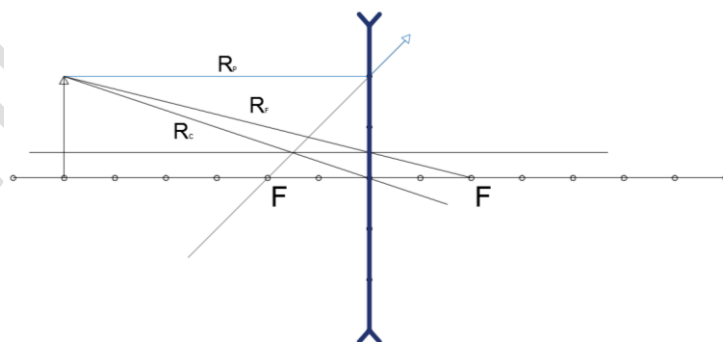
Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes delgadas y divergentes de igual distancia focal ($f' = -20 \text{ cm}$) separadas 5 cm . Un objeto luminoso perpendicular al eje óptico, de tamaño $y = 2 \text{ cm}$, se sitúa a la izquierda de la primera lente a una distancia de 60 cm . Determine:

- La posición de la imagen formada por la primera lente y realice su construcción geométrica mediante el trazado de rayos.
- La posición y el tamaño de la imagen final dada por el sistema formado por las dos lentes.

Solución:

- a) En este caso, es necesario tener en cuenta el criterio de signos ya que habrá distancias que consideraremos como positivas y otras como negativas en función de donde estén ubicadas en el trazado de rayos. El trazado de rayos correspondiente es:



Los datos que tenemos son: $s = -60 \text{ cm}$, $y = 2 \text{ cm}$, $f' = -20 \text{ cm}$. Aplicando la ecuación de las lentes, obtenemos lo siguiente:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{-20 \text{ cm}} + \frac{1}{-60 \text{ cm}} \rightarrow s' = -15 \text{ cm}$$

La imagen saldrá situada a la izquierda de la lente y a 15 cm del centro óptico.



b) Es necesario saber que la posición de la imagen generada por la primera lente va a ser la posición (teniendo en cuenta que la separación de ambas lentes es de 5 cm) y que la altura de la imagen obtenida en la primera lente será la altura del objeto de la segunda. También hay que tener en cuenta el convenio de signos correspondiente. Lo primero de todo es determinar la altura de imagen obtenida por la primera lente.

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = y \cdot \frac{s'}{s} = 2\text{cm} \cdot \frac{-15\text{cm}}{-60\text{cm}} = 0,5\text{cm}$$

Para el trazado de rayos de la segunda lente, tenemos las siguientes distancias: $s = -20\text{cm}$ (teniendo en cuenta que está 5 cm más lejos de la primera lente), $y = 0,5\text{cm}$, $f' = -20\text{cm}$ (ya que las lentes son iguales).

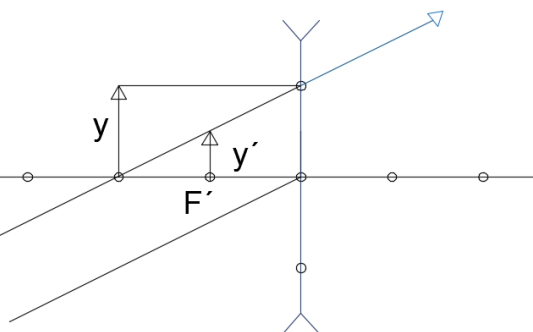
Aplicamos la fórmula general para las lentes y obtenemos lo siguiente:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{-20\text{cm}} + \frac{1}{-20\text{cm}} \rightarrow s' = -10\text{cm}$$

Para determinar la altura, aplicamos lo siguiente:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = y \cdot \frac{s'}{s} = 0,5\text{cm} \cdot \frac{-10\text{cm}}{-20\text{cm}} = 0,25\text{cm}$$

Como vemos, la imagen obtenida por todo el sistema será menor, virtual y se encontrará 10 cm a la izquierda de la segunda lente. El diagrama de rayos correspondiente será el siguiente:



Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos).

El ^{14}C tiene un periodo de semidesintegración de 5730 años. Si inicialmente se tiene una muestra de 2 mg, determine:

- El tiempo que tiene que transcurrir para que la muestra se reduzca a 0,5 mg.
- La actividad inicial de la muestra.

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$; Masa atómica del ^{14}C , $M = 14,00 \text{u}$.



Solución:

a) Dado que me dan el tiempo de semidesintegración (que es el tiempo para la cantidad de sustancia radiactiva se vea reducido a la mitad), podemos calcular la constante de desintegración radiactiva:

Es necesario saber que en el tiempo de semidesintegración, el número de núcleos se ve reducido a la mitad (es decir, $N=N_0/2$):

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{5730 \text{ años}} = 0,0012096809 \text{ años}^{-1}$$

$$\lambda = 3,836 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

Una vez calculada la constante de desintegración, calculamos cuantos núcleos hay en la situación inicial y en la situación final.

$$N_0 = 2 \text{ mg} \cdot \frac{1 \text{ g}}{10^{-3} \text{ mg}} \cdot \frac{1 \text{ mol}}{14 \text{ g C}} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ núcleos C}^{14}}{1 \text{ mol C}} = 8,6 \cdot 10^{19} \text{ núcleos}$$

$$N = 0,5 \text{ mg} \cdot \frac{1 \text{ g}}{10^{-3} \text{ mg}} \cdot \frac{1 \text{ mol}}{14 \text{ g C}} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ núcleos C}^{14}}{1 \text{ mol C}} \\ = 2,15 \cdot 10^{19} \text{ núcleos}$$

Con los núcleos iniciales y finales ya calculados, determinamos el tiempo necesario para que se produzca esa disminución en el número de núcleos.

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow t = \frac{\ln(N/N_0)}{-\lambda} \rightarrow t = 3,6139 \cdot 10^{11} \text{ s} = 11459,62 \text{ años}$$

b) La actividad se define de la siguiente forma:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N.$$

En el instante inicial, tendremos lo siguiente:

$$A(\text{inicial}) = \lambda \cdot N_0 = 8,6 \cdot 10^{19} \text{ núcleos} \cdot 3,836 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1} = 329896000 \frac{\text{núcleos}}{\text{s}}$$