FÍSICA
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA JULIO 2018/2019
OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)
El satélite Europa describe una órbita circular alrededor de Júpiter de 671100 Km de radio. Teniendo en cuanta que su periodo de revolución es de 3,55 días terrestres, determine:

a) La masa de Júpiter.
b) La velocidad de escape desde la superficie de Júpiter.

Datos: Constante de gravitación universal,$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} Nm^2 Kg^{-2}$; Radio de Júpiter, $R_J = 69911\ Km$.

Solución:

a) La única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria, que es radial al ser órbita circular. Deducimos entonces que:

$$F_g = F_c \Rightarrow G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \quad \text{y} \quad v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow R^3 = \frac{GM}{4\pi^2}T^2 \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 \cdot (671100 \cdot 10^3)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (3{,}55 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 1{,}90 \cdot 10^{27}\ Kg$$

b) Deducimos la expresión de la velocidad de escape aplicando el principio de conservación de la energía mecánica en un lanzamiento desde un punto A en la superficie del planeta a un punto B infinitamente alejado: la energía mecánica se conserva dado que no hay fuerzas no conservativas como el rozamiento.

Punto A(superficie): $E_p = -G\frac{Mm}{R}; E_c = \frac{1}{2}m{v_e}^2$

Punto B(∞): $E_p = 0; E_c = 0$

Igualando la energía mecánica en A y en B calculamos la velocidad de escape.

$$-G\frac{Mm}{R} + \frac{1}{2}m{v_e}^2 = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{2\frac{GM}{R}} = \sqrt{2\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27}}{69911 \cdot 10^3}} = 6 \cdot 10^4\ m/s$$

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
La expresión matemática de una onda transversal que se propaga a lo largo del eje x viene determinada por la siguiente expresión en unidades del S.I.:

$$y(x,t) = 0.05\cos(8\pi t - 4\pi x + \varphi_0)$$

Determine:

a) El valor de la fase inicial φ_0, si sabemos que en el instante $t = 5$s la velocidad de oscilación de un punto situado en $x = 3$m es nula y su aceleración es positiva.
b) El tiempo que tardará en llegar la onda al punto $x = 8$m si suponemos que la fuente generadora de dicha onda comienza a emitir en $t = 0$s en el origen de coordenadas.

Solución:

a) Como la velocidad en el punto $(x = 3, t = 5)$ es nula, calculamos la derivada de la posición y sustituimos los valores.

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -0.05 \cdot 8\pi \cdot \sin(8\pi t - 4\pi x + \varphi_0)$$

$$v(3{,}5) = 0 \rightarrow -0{,}05 \cdot 8\pi \cdot \sin\left(8\pi \cdot 5 - 4\pi \cdot 3 + \varphi_0\right) = 0 \rightarrow \sin\left(28\pi + \varphi_0\right) = 0$$

Como $\sin(x) = \sin(x + n \cdot 2\pi) \rightarrow \sin\left(28\pi + \varphi_0\right) = \sin\left(14 \cdot 2\pi + \varphi_0\right) = \sin(\varphi_0)$

Así $\sin(\varphi_0) = 0 \rightarrow \varphi_0 = 0$ rad ó π rad. Calculamos ahora la aceleración.

$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -0{,}05 \cdot (8\pi)^2 \cdot \sin(8\pi t - 4\pi x + \varphi_0)$$

Si $\varphi_0 = 0$ rad, $a(3{,}5) = -0{,}05 \cdot (8\pi)^2 \cdot \sin(8\pi \cdot 5 - 4\pi \cdot 3 + 0) < 0$, luego la fase inicial no es nula.

Si $\varphi_0 = \pi$ rad, $a(3{,}5) = -0{,}05 \cdot (8\pi)^2 \cdot \sin(8\pi \cdot 5 - 4\pi \cdot 3 + \pi) > 0$, luego la fase inicial es $\varphi_0 = \pi$ rad.

b) El tiempo que tarda la oda en llegar al punto $x = 8$m en la dirección de propagación desde el origen de coordenadas es el tiempo que tarda la onda en propagarse esos 8 m.

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{8\pi}{4\pi} = 2\, m/s$$

Se trata de un MRU, por lo que

$$t = \frac{e}{v} = \frac{8}{2} = 4s.$$

Ejercicio 3.(Calificación máxima: 2 puntos)

Un positrón, partícula idéntica al electrón pero con carga positiva, es acelerado mediante una diferencia de potencial ΔV para posteriormente introducirse en una región del espacio en la que hay un campo magnético $B = 5\mu T$ perpendicular a la velocidad del positrón. Sabiendo que el radio de la órbita circular que describe el positrón es 50 cm, obtenga:

a) El valor de la diferencia de potencial ΔV utilizada para acelerar el positrón.

b) El valor de la frecuencia angular de giro del positrón en dicha órbita.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$; Masa del positrón, $m_p = 9.1 \cdot 10^{-31} Kg$.

Solución:

a) Como la energía mecánica es conservativa, se tiene que

$\Delta E_m = 0 \rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p = -q\Delta V$ y $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ por lo cual

$$\Delta V = -\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot q}$$

Necesitamos la velocidad, para ello igualamos los módulos de la fuerza magnética y centrípeta

$$q \cdot v \cdot B = m\frac{v^2}{R} \rightarrow v = \frac{q \cdot R \cdot B}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 0.5}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 4{,}4 \cdot 10^5\, m/s$$

Sustituimos ahora en el potencial

$$\Delta V = -\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot q} = -\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (4{,}4 \cdot 10^5)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = -0{,}55V$$

Un positrón tiene carga positiva y va hacia potenciales menores, por lo que la diferencia de potencial es negativa, y el incremento de energía cinética positiva.

b) La frecuencia angular es:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{|qB|}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 8{,}79 \cdot 10^{5}\, rad/s.$$

Ejercicio 4.(Calificación máxima: 2 puntos)

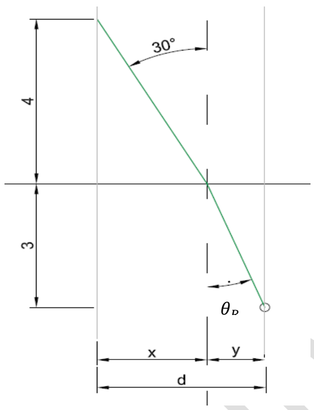
Desde lo alto de un trampolín, Carlos es capaz de ver a Laura que está buceando en el fondo de la piscina. Para ello tiene que mirar con un ángulo de 30 grados con respecto a la vertical. La altura de observación es de 4 m y la piscina tiene una profundidad de 3 m. Si el índice de refracción del agua es $n_{agua} = 1.33$, determine:

a) La distancia respecto a la vertical del trampolín a la que se encuentra Laura.

b) El ángulo límite entre ambos medios y realice un esquema indicando la marcha del rayo.

Dato: Índice de refracción del aire, $n_0 = 1$.

Solución:



a) Haciendo uso de la ley de Snell de la refracción se tiene que

$$\sin(\theta_1) \cdot n_1 = \sin(\theta_R) \cdot n_2 \Rightarrow \sin(30) \cdot 1 = \sin(\theta_R) \cdot 1{,}33$$

$$\theta_R = arcsen\left(\frac{0.5}{1{,}33}\right) = 22{,}08°$$

$$y = \tan(22.08) = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3 \cdot \tan(22.08) = 1{,}22m$$

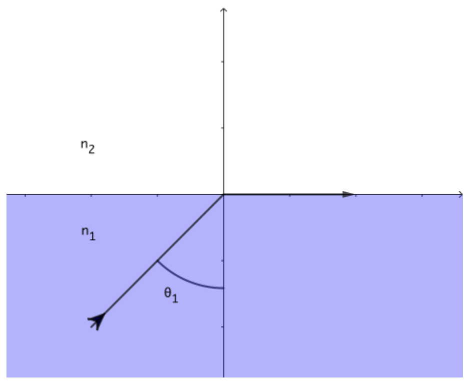
$$x = 4 \cdot \tan(30) = 2{,}31m$$

$$d = x + y = 3{,}53m$$

b) El ángulo límite es el ángulo para el que incidiendo el rayo desde el agua hacia el aire el ángulo refractado sea de 90°, entonces por la ley de Snell

$$\sin(\theta_1) \cdot n_1 = \sin(\theta_2) \cdot n_2 \Rightarrow \sin(\theta_1) \cdot 1.33 = \sin(90) \cdot 1$$

$$\theta_1 = arcsen\left(\frac{1}{1.33}\right) = 48.75°$$



Ejercicio 5.(Calificación máxima: 2 puntos)

Una muestra de madera de un sarcófago se ha datado mediante el método del C^{14} con una edad de 3200 años. En la muestra se ha detectado que la cantidad de C^{14} ha disminuido, respecto de la que había originariamente, un 32%.

a) Calcule la vida media del C^{14} y el periodo de semidesintegración.

b) Si la muestra actual contiene una masa de $8\mu g$ de C^{14}, ¿Qué actividad presenta dicha muestra?

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$; Masa atómica del C^{14}, $M = 14.0\, u$.

Solución:

a) Planteamos la ley de desintegración usando base 2 ya que se pide $T_{1/2}$.

Si ha disminuido un 32%, queda un 68%, es decir 0,68.

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow 0{,}68 N_0 = N_0 e^{-\lambda 3200} \rightarrow ln 0{,}68 = -3200\lambda \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{ln 0{,}68}{-3200} = 1{,}205 \cdot 10^{-4} años^{-1}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = 8.30 \cdot 10^3 \; años$$

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{ln 2}{\lambda} = 5{,}75 \cdot 10^3 \; años$$

b) La actividad se define por

$$A = \lambda N = \lambda \cdot n \cdot N_A = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}{8.3 \cdot 10^3 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 14.0} = 1.31 \cdot 10^6 \; Bq.$$