mundoestudiante métodoBarbeito

Física 2016

Opción A

Pregunta 1.- El planeta Marte, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica. El punto de la órbita más cercano al Sol, perihelio, se encuentra a $\mathbf{206,7 \cdot 10^6\ km}$, mientras que el punto de la órbita más alejado del Sol, afelio, está a $\mathbf{249,2 \cdot 10^6\ km}$. Si la velocidad de Marte en el perihelio es de $\mathbf{26,50\ km\ s^{-1}}$, determine:

a) La velocidad de Marte en el afelio.

b) La energía mecánica total de Marte en el afelio.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $\mathbf{G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}}$; Masa de Marte, $\mathbf{M_M = 6,42 \cdot 10^{23}\ kg}$; Masa del Sol $\mathbf{M_S = 1,99 \cdot 10^{30}\ kg}$.

Solución:

a) Por el principio de conservación del momento lineal en órbitas elípticas de los planetas alrededor del Sol, decimos (2ª Ley de Kepler):

$$L_{ph} = L_{af} \Rightarrow r_{ph} \cdot m \cdot V_{ph} = r_{af} \cdot m \cdot V_{af} \Rightarrow V_{af} = \frac{V_{ph} \cdot r_{ph}}{r_{af}} = \frac{26,5 \cdot 10^3 \cdot 206,7 \cdot 10^9}{249,2 \cdot 10^9} =$$

$$= \boxed{21,98 \cdot 10^3\ m\ s^{-1}}$$

b)

$$E_{mec\ af} = E_{p\ af} + E_{c\ af}$$

$$E_{p\ af} = \frac{-GM_m M_S}{r_{af}} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6,42 \cdot 10^{23} \cdot 1,94 \cdot 10^{30}}{249,2 \cdot 10^9} = -3,4195 \cdot 10^{32}\ J$$

$$E_{c\ af} = \frac{1}{2} M_M \cdot V_{af}^2 = \frac{1}{2} \cdot 6,42 \cdot 10^{23} \cdot (21,98 \cdot 10^3)^2 = 1,5508 \cdot 10^{32}\ J$$

$$\boxed{E_{mec\ af} = -1,869 \cdot 10^{32}\ J}$$

(*) Como comprobación se puede calcular la E_{mec} en el perihelio y se obtiene el mismo valor. Se ha hecho con V_{af} que es lo que nos piden en el enunciado.

Pregunta 2.- Un bloque de $\mathbf{2\ kg}$ de masa, que descansa sobre una superficie horizontal, está unido a un extremo de un muelle de masa despreciable y constante elástica $\mathbf{4,5\ N\ m^{-1}}$. El otro extremo del muelle se encuentra unido a una pared. Se comprime el muelle y el bloque comienza a oscilar sobre la superficie. Si en el instante $\mathbf{t = 0}$ el bloque se encuentra en el punto de equilibrio y su energía cinética es de $\mathbf{0,90 \cdot 10^{-3}\ J}$, calcule, despreciando los efectos del rozamiento:

a) La ecuación del movimiento $\mathbf{x(t)}$ si, en $\mathbf{t = 0}$, la velocidad del bloque es positiva.
b) Los puntos de la trayectoria en los que la energía cinética del bloque es $\mathbf{0,30 \cdot 10^{-3} J}$.

Solución:

a)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4,5}{2}} = 1,5\ \text{rad s}^{-1}$$

Por estar en equilibrio en $t = 0 \Rightarrow E_c$ es máxima $= E_{mec} = 0,9 \cdot 10^{-3}$ J

Por conservación de energía sabemos que

$$E_{c\,max} = E_{p\,max} = E_{mec} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow 2E_m = K \cdot A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_m}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,9 \cdot 10^{-3}}{4,5}} =$$

$$= \boxed{0,02\ \text{m}}$$

Para saber dónde se encuentra en $t = 0$, sabemos que la elongación es 0 por estar en equilibrio y dada la expersión de una onda

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

En t=0:

$$0 = A \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow \cos(\varphi) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \dfrac{\pi}{2} \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

La expresión de la velocidad es $v(t) = -A\omega\ \text{sen}(\omega t + \varphi)$, por lo que si la velocidad ha de ser positiva, condición del enunciado, se debe coger la fase de $-\pi/2$. Por tanto:

$$x(t) = 0,02 \cdot \cos\left(1,5t - \frac{\pi}{2}\right)$$

b) Sabemos que

$$E_c = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) \Rightarrow \frac{2E_c}{k} = A^2 - x^2 \Rightarrow x^2 = A^2 - \frac{2E_c}{k} \Rightarrow x = \pm\sqrt{A^2 - \frac{2E_c}{k}} =$$

$$= \pm\sqrt{0,02^2 - \frac{2 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}}{4,5}} = \boxed{\pm 0,01633\ \text{m}}$$

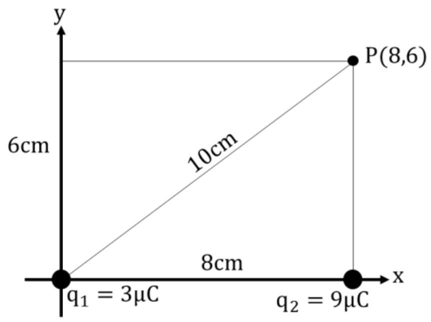
Pregunta 3.- Dos cargas puntuales, $\mathbf{q_1 = 3\ \mu C}$ y $\mathbf{q_2 = 9\ \mu C}$, se encuentran situadas en los puntos $(\mathbf{0,0})$ $\mathbf{cm}$ y $(\mathbf{8,0})$ $\mathbf{cm}$. Determine:

a) El potencial electrostático en el punto $(\mathbf{8,6})$ $\mathbf{cm}$.

b) El punto del eje $\mathbf{X}$, entre las dos cargas, en el que la intensidad del campo eléctrico es nula. Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $\mathbf{K = 9 \cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}}$.

Solución:

a) Aplicando superposición:



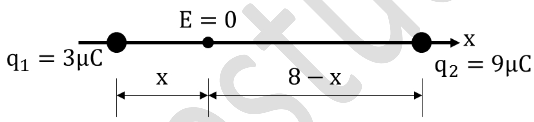
$$d_{2p} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{cm} = 0{,}1\text{m}$$

$$V_p = V_{p1} + V_{p2} = \frac{K \cdot q_1}{d_{1p}} + \frac{K \cdot q_2}{d_{2p}} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} + \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0{,}06}\right) =$$

$$= \boxed{1{,}62 \cdot 10^6\ \text{V}}$$

b) Para que el campo eléctrico sea 0, $E_1 = E_2$



$$E_1 = \frac{K \cdot q_1}{x^2} \qquad E_2 = \frac{K \cdot q_2}{(8-x)^2}$$

$$\frac{K \cdot q_1}{x^2} = \frac{K \cdot q_2}{(8-x)^2} \Rightarrow q_1 \cdot (8-x)^2 = q_2 \cdot x^2 \Rightarrow 3x^2 = 64 + x^2 - 32x \Rightarrow$$

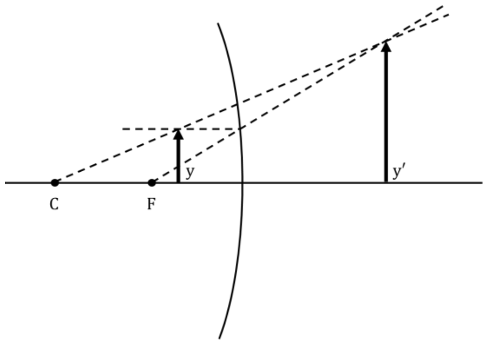
$$x^2 + 8x - 32 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \text{solución negativa} \\ \boxed{x_2 = 2{,}928\ \text{cm}} \end{cases}$$

Pregunta 4.- Se sitúa un objeto de $\mathbf{2\ cm}$ de altura $\mathbf{30\ cm}$ delante de un espejo cóncavo, obteniéndose una imagen virtual de $\mathbf{6\ cm}$ de altura.

a) Determine el radio de curvatura del espejo y la posición de la imagen.
b) Dibuje el diagrama de rayos.

Solución:

a) y b)



Datos:

$$y' = 0{,}06\text{m}$$
$$y = 0{,}02\text{m}$$
$$s = -0{,}3\text{m}$$

Signo negaitvo por encontrarse a la izquierda del espejo.

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -\frac{s \cdot y'}{y} = -\frac{-0{,}3 \cdot 0{,}06}{0{,}02} = \boxed{0{,}9\text{m (a la derecha del espejo)}}$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{0{,}9} - \frac{1}{0{,}3} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = -0{,}45m$$

$$R = 2 \cdot f = 2 \cdot (-0{,}45) = \boxed{-0{,}9m}$$

Pregunta 5.- El isótopo radiactivo $^{131}\mathbf{I}$ es utilizado en medicina para tratar determinados trastornos de la glándula tiroides. El periodo de semidesintegración del $^{131}\mathbf{I}$ es de $\mathbf{8,02\ días}$. A un paciente se le suministra una pastilla que contiene $^{131}\mathbf{I}$ cuya actividad inicial es $\mathbf{55 \cdot 10^{6}\ Bq}$. Determine:

a) Cuántos gramos de $^{131}\mathbf{I}$ hay inicialmente en la pastilla.

b) La actividad de la pastilla transcurridos $\mathbf{16\ días}$.

Datos: Número de Avogadro, $\mathbf{N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}}$; Masa atómica del $^{131}\mathbf{I}$, $\mathbf{M_I = 130,91\ u}$.

Solución:

a) Pasamos los días a segundos, ya que nos dan la actividad en Bq, que son unidades del SI.

$$T_{1/2} = 8{,}02\ \text{días} = 692928\text{s}$$

$$T_{1/2} = \frac{L2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{L2}{T_{1/2}} = \frac{L2}{692928} = 10^{-6}$$

Como $A = \lambda \cdot N$, los núcleos iniciales son

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{55 \cdot 10^{6}}{10^{-6}} = 5{,}498 \cdot 10^{13}\ \text{núcleos}$$

Sabemos que 1 mol de ^{131}I pesa 131g (número másico=133).

$$5{,}498 \cdot 10^{13}\ \text{núcleos} \cdot \frac{131\text{g}}{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{núcelos}} = \boxed{1{,}196 \cdot 10^{-8}\ \text{g}\ ^{131}\text{I}}$$

b)

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{L2}{T}t}$$

Como los núcleos son directamente proporcionales a la actividad, podemos transformar la expresión en:

$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{L2}{T}t}$$

Hay que tener en cuenta que T y t deben tener las mismas unidades, en nuestro caso en días.

$$A = 55 \cdot 10^{6} \cdot e^{-\frac{L2}{8{,}02}16} = \boxed{1{,}37976 \cdot 10^{7}\ \text{Bq}}$$