Opción B

Pregunta 1.- Un astronauta utiliza un muelle de constante elástica $\mathbf{k = 327\ N\ m^{-1}}$ para determinar la aceleración de la gravedad en la Tierra y en Marte. El astronauta coloca en posición vertical el muelle y cuelga de uno de sus extremos una masa de $\mathbf{1\ kg}$ hasta alcanzar el equilibrio. Observa que en la superficie de la Tierra el muelle se alarga $\mathbf{3\ cm}$ y en la de Marte sólo $\mathbf{1,13\ cm}$.

a) Si el astronauta tiene una masa de $\mathbf{90\ kg}$, determine la masa adicional que debe añadirse para que su peso en Marte sea igual que en la Tierra.

b) Calcule la masa de la Tierra suponiendo que es esférica.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $\mathbf{G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}}$; Radio de la Tierra, $\mathbf{R_T = 6,37 \cdot 10^6\ m}$

Solución:

a) La ley de Hooke se cumple en cualquier lugar. Así:

$$\left.\begin{aligned} P_T &= k \cdot \Delta L_T \\ P_M &= k \cdot \Delta L_M \end{aligned}\right\} \text{Dividiendo para relaccionar} \Rightarrow \frac{P_T = k \cdot \Delta L_T}{P_M = k \cdot \Delta L_M} \Rightarrow P_T = \frac{\Delta L_T}{\Delta L_M} \cdot P_M$$

$$P_T = \frac{0,03}{0,0113} P_M = 2,655 \cdot P_M$$

En Marte, el astronauta tendría una masa (guarda proporción directa con el peso) de:

$$M_{\text{astron M}} = M_{\text{astron T}} \cdot 2,655 = 90 \cdot 2,655 = 238,938\text{kg}$$

Habría que agregarle:

$$238,938 - 90 = \boxed{148,94\text{kg}}$$

b) Sabemos que $P_T = m \cdot g_T$ y que, según Hooke, $P = k \cdot \Delta L \Rightarrow$

Se calcula g_T ya que no nos lo dan como dato.

$$m \cdot g_T = k \cdot \Delta L \Rightarrow g_T = \frac{k \cdot \Delta L_T}{m} = \frac{327 \cdot 0,03}{1} = 9,81\ \text{m/s}^2$$

Se sabe que

$$g_T = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2} \Rightarrow g_T . R_T^2 = G \cdot M_T \Rightarrow M_T = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G} = \frac{9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = \boxed{5,97 \cdot 10^{24}\text{kg}}$$

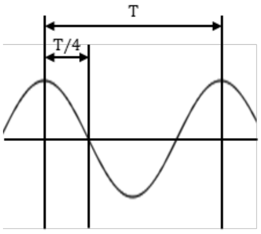
Pregunta 2.- Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda tensa. En un cierto instante se observa que la distancia entre dos máximos consecutivos es de $\mathbf{1\ m}$. Además, se comprueba que un punto de la cuerda pasa de una elongación máxima a nula en $\mathbf{0,125\ s}$ y que la velocidad máxima de un punto de la cuerda es de $\mathbf{0,24\pi\ m\ s^{-1}}$. Si la onda se desplaza en el sentido positivo del eje $\mathbf{X}$, y en $\mathbf{t = 0}$ la velocidad del punto $\mathbf{x = 0}$ es máxima y positiva, determine:

a) La función de onda.
b) La velocidad de propagación de la onda y la aceleración transversal máxima de cualquier punto de la cuerda.

Solución:

a) Ecuación de la onda

$$y(x,t) = A \cdot \cos 2\pi(ft - kx + \varphi)$$



Distancia entre dos máximos consecutivos: $\lambda = 1\text{m} \Rightarrow k = 1\ \text{m}^{-1}$

Si en0,125 s pasa de elongación máxima a nula, me están dando T/4 (ver esquema).

$$\frac{T}{4} = 0{,}125 \Rightarrow T = 0{,}5\ \text{s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 2\ \text{Hz}$$

$$\text{Número de onda} = 2\pi k = 2\pi\ \text{rad/m}$$

Para calcular amplitud, sé que $V_{max} = 0{,}24\pi\ \text{m/s}$ y que

$$v = \frac{dy}{dt} = -A \cdot 2\pi f \cdot \text{sen}(2\pi ft - 2\pi kx + \varphi)\ (\text{m/s})$$

$$V_{max} = A \cdot 2\pi f \Rightarrow 0{,}24\pi = A \cdot 2\pi \cdot 2 \Rightarrow A = 0{,}06\text{m}$$

Para calcular la fase (φ), consideramos que para $t = 0$, elongación $x = 0$, por lo que se encuentra en un punto de velocidad máxima.

$$\text{sen}(2\pi ft. 2\pi kx + \varphi) = -1 \Rightarrow (t = 0 \text{ y } x = 0) \Rightarrow \text{sen}\,\varphi = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}\text{rad}$$

Ecuación del movimiento:

$$\boxed{y(x,t) = 0{,}06 \cdot \cos 2\pi\left(2t - x - \frac{\pi}{2}\right)}\ (\text{m})$$

b)

$$a = \frac{dv}{dt} = A \cdot (2\pi f)^2 \cdot \cos(2\pi ft - 2\pi kx + \varphi) =$$

$$\boxed{a(x,t) = 0{,}06 \cdot 16\pi^2 \cdot \cos\left(4\pi t - 2\pi x - \frac{\pi}{2}\right)}\ (\text{m/s}^2)$$

$$a_{max} = 0{,}06 \cdot 16 \cdot \pi^2 = \boxed{9{,}47\ \text{m/s}^2}$$

$$V_{\text{propagación}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = 1 \cdot 2 = \boxed{2\ \text{m/s}}$$

Pregunta 3.- Un campo magnético variable en el tiempo de módulo $\mathbf{B = 2\cos(3\pi t - \pi/4)\ T}$, forma un ángulo de $\mathbf{30°}$ con la normal al plano de una bobina formada por $\mathbf{10}$ espiras de radio $\mathbf{r = 5\ cm}$. La resistencia total de la bobina es $\mathbf{R = 100\ \Omega}$. Determine:

a) El flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo.

b) La fuerza electromotriz y la intensidad de corriente inducidas en la bobina en el instante $\mathbf{t = 2\ s}$.

Solución:

a)

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = NBS \cdot \cos(\theta) = 10 \cdot 2 \cdot \cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \overbrace{\pi \cdot 0{,}05^2 \cdot \cos 30°}^{\text{superficie efectiva}} =$$

$$\boxed{\Phi = 0{,}136 \cdot \cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)}\ (\mathrm{Wb})$$

b) Según la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = 3\pi \cdot 0{,}136 \cdot \mathrm{sen}\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 1{,}28 \cdot \mathrm{sen}\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\ (\mathrm{V})$$

Para t = 2s:

$$\varepsilon = 1{,}28 \cdot \mathrm{sen}\left(3\pi \cdot 2 - \frac{\pi}{4}\right) = \boxed{0{,}905\mathrm{V}}$$

Usando la ley de Ohm:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1{,}28 \cdot \mathrm{sen}\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)}{100}$$

Para t = 2s:

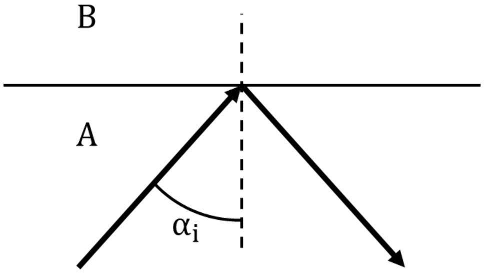
$$I = \frac{1{,}28 \cdot \mathrm{sen}\left(3\pi \cdot 2 - \frac{\pi}{4}\right)}{100} = \boxed{9{,}05 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A}}$$

Pregunta 4.- Un rayo de luz incide desde un medio A de índice de refracción $\mathbf{n_A}$ a otro B de índice de refracción $\mathbf{n_B}$. Los índices de refracción de ambos medios cumplen la relación $\mathbf{n_A + n_B = 3}$. Cuando el ángulo de incidencia desde el medio A hacia el medio B es superior o igual a $\mathbf{49,88°}$ tiene lugar reflexión total.

a) Calcule los valores de los índices de refracción $\mathbf{n_A}$ y $\mathbf{n_B}$.

b) ¿En cuál de los dos medios la luz se propaga a mayor velocidad? Razone la respuesta.

Solución:



a) Con la ley de Snell:

$$\alpha_i = 49{,}88°$$

$$\text{sen}\,\alpha_i \cdot n_A = \text{sen}\,\alpha_r \cdot n_B \Rightarrow$$

$$\text{sen}\,49{,}88° \cdot n_A = 1 \cdot n_B \Rightarrow$$

$$n_B = 0{,}7647 \cdot n_A$$

$$\begin{cases} n_B = 3 - n_A \\ n_B = 0{,}7647 \cdot n_A \end{cases} \Rightarrow 1{,}7647 \cdot n_A = 3 \Rightarrow \begin{cases} n_A = 1{,}7 \\ n_B = 1{,}3 \end{cases}$$

b)

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n}$$

Cuanto mayor sea n menor es la velocidad con la que se propaga un rayo de luz en ese medio.

mundoestudiante
métodoBarbeito

Pregunta 5.- Al incidir luz de longitud de onda $\lambda = \mathbf{276,25\ nm}$ sobre un cierto material, los electrones emitidos con una energía cinética máxima pueden ser frenados hasta detenerse aplicando una diferencia de potencial de 2 V. Calcule:

a) El trabajo de extracción del material.
b) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con energía cinética máxima.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $\mathbf{c = 3 \cdot 10^{8}\ m\ s^{-1}}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $\mathbf{e = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C}$; Constante de Planck, $\mathbf{h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ J\ s}$; Masa del electrón, $\mathbf{me = 9,1 \cdot 10^{-31}\ kg}$.

Solución:

a)

$$E_e = W = h \cdot f = \boxed{h \cdot \frac{c}{\lambda} = W}$$

$$W_{ext} = E_{Emit} - E_c$$

$$E_c = q \cdot V$$

$$\left.\begin{array}{r} E_e = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^{8}}{276{,}25 \cdot 10^{-9}} = 7{,}2 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \\ E_c = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{ext} = 7{,}2 \cdot 10^{-19} - 3{,}2 \cdot 10^{-19}$$

Pasando a eV, sabemos que $1\mathrm{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$

$$4 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \cdot \frac{1\ \mathrm{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}} = \boxed{2{,}5\ \mathrm{eV}}$$

b) Calculamos la velocidad con

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = \boxed{838627{,}8694\ \mathrm{m/s}}$$

$$\lambda_{Broigle} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 838627{,}8694} = \boxed{8{,}6877 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}}$$