FÍSICA
JUNIO 2018
OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese un satélite de masa 10^3 kg que orbita alrededor de la Tierra en una órbita circular geoestacionaria.

a) Determine el radio que tendría que tener la órbita para que su periodo fuese el doble del anterior.
b) ¿Cuál es la diferencia de energía del satélite entre la primera y la segunda órbita?

Datos: Constante de Gravitación Universal, G =$6{,}67\cdot10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}; Masa de la tierra, M_T = $5{,}97\cdot10^{24}$ kg

Solución:

a) El periodo de una órbita geoestacionaria es 24h, por lo tanto si el periodo tiene que ser el doble será 48h.
La orbita es circular: $v = \frac{2\pi R}{T}$
Igualamos fuerza gravitatoria a fuerza centrípeta:

$$G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{GM}{v^2}$$

Sustituyendo el valor de v: $R = \frac{GM}{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2} \rightarrow R = \frac{GM}{\frac{4\pi^2R^2}{T^2}} \rightarrow \frac{4\pi^2R^2}{T^2}R = GM \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} \rightarrow$

$R_T = 6{,}37\cdot 10^6\ m$

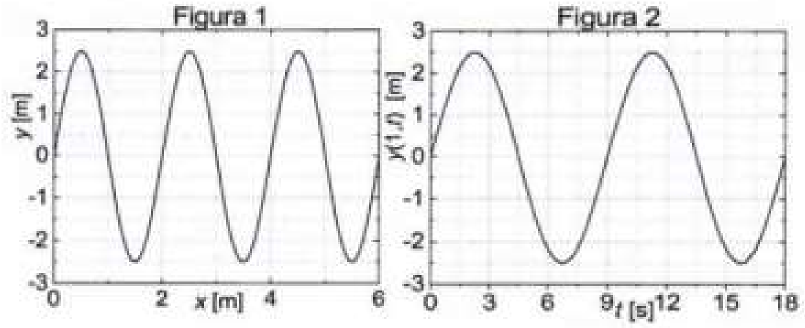
b) $\text{Em} = E_P + E_C = \frac{-GMm}{R} + \frac{1}{2}\text{m}v^2 = \frac{-GMm}{R} + \frac{1}{2}\frac{GM}{R} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}$
T=24 h $\rightarrow R = 4{,}2\cdot 10^7 m$

$$\Delta E = E_{m(T=48)} - E_{m(t=24)} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R_{T=24}} - \left(-\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R_{T=48}}\right) = 1{,}77\cdot 10^9 J$$

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje x. La figura 1 muestra la variación de la elongación en función de x en un instante t, mientras que en la figura 2, se representa la oscilación, en función del tiempo, de un punto situado en x = 1 m. Determine:

a) La longitud de onda, la amplitud, el periodo y la velocidad de propagación de la onda.
b) La expresión matemática de la onda.



Solución:

a) Mirando la primera figura podemos saber:
λ = 2 m (distancia entre dos vientres consecutivos)
A = 2,5 m (máximo que alcanza la y)
Mirando la segunda figura:
T = 9 s (tiempo que tarda en repetirse)

$$v_P = \frac{\lambda}{T} = 0{,}22\ m/s$$

b) La expresión de la onda será la siguiente:

$$\mathrm{y(x,t)} = \mathrm{A} \cdot \sin 2\pi(Ft - kx + \varphi_0) = 2{,}5 \cdot sin\ 2\pi\left(\frac{t}{9} - \pi x + \varphi_0\right)$$
$$\mathrm{y(1,0)} = 2{,}5 \cdot sin\ 2\pi(-\pi + \varphi_0) = 0 \rightarrow -\pi + \varphi_0 = 0 \rightarrow \varphi_0 = \pi$$

$$\mathrm{y(x,t)} = 2{,}5 \cdot sin\ 2\pi\left(\frac{t}{9} - \pi x + \pi\right)$$

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese una carga q_1 = 6 μC, situada en el origen de coordenadas. Determine:

a) El trabajo necesario para llevar una carga q_2 = 10 μC desde una posición muy alejada, digamos x ≈ ∞, hasta la posición x = 10 m.
b) El punto entre ambas cargas en el que una carga q estaría en equilibrio.

Dato: Constante de la Ley de Coulomb, K = $9{\cdot}10^9$ N m^2 C^{-2}.

Solución:

a) Se pide el trabajo necesario para llevar la carga de un punto a otro (trabajo externo al campo)

$$\mathrm{W} = -\mathrm{q}\Delta\mathrm{V}$$

$$\mathrm{V} = \mathrm{k}\frac{q}{d}$$

$$V_{d\approx\infty} = 0$$

$$V_{d=10} = \mathrm{k}\frac{q_1}{d} = 9\cdot 10^9\frac{6\cdot 10^{-6}}{10} = 5{,}4\cdot 10^3\ V$$

$$\mathrm{W} = -10\cdot 10^{-6}(0-5{,}4\cdot 10^3) = 0{,}054\ J$$

b) Equilibrio significa que $\Sigma F = 0 \rightarrow$

$$F_1 = F_2 \rightarrow k\frac{qq_1}{x^2} = k\frac{qq_2}{(10-x)^2} \rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(10-x)^2} \rightarrow x = 4{,}36\ m$$

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

En un medio de índice de refracción n_1 = 1 se propaga un rayo luminoso de frecuencia $f_1 = 6 \cdot 10^{14}$ Hz

a) ¿Cuál es su longitud de onda?
b) ¿Cuál sería la frecuencia y la longitud de onda de la radiación si el índice de refracción del medio fuese $n_2 = 1{,}25n_1$?

Dato: Velocidad de propagación de la luz en el vacío, c = 3·108 m s-1

Solución:

a) $\mathrm{n} = \frac{c}{v} \rightarrow n = \frac{c}{\lambda f} \rightarrow \lambda = \frac{c}{nf} \rightarrow \lambda = 5\cdot 10^{-7}\ m$

b) La frecuencia no cambiaría ya que no depende del índice de refracción del medio.

$$\mathrm{n} = \frac{c}{v} \rightarrow n = \frac{c}{\lambda f} \rightarrow \lambda = \frac{c}{nf} \rightarrow \lambda = 4\cdot 10^{-7}\ m$$

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

Determine:
a) La velocidad a la que debe desplazarse un electrón para que su longitud de onda asociada sea la misma que la de un fotón de 0,02 MeV de energía.
b) La energía que tiene el electrón en eV y su momento lineal.

Datos: Constante de Planck, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; Valor absoluto de la carga del electrón, e = $1{,}60\cdot 10^{-19}$ C; Masa del electrón, me = $9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg; Velocidad de la luz en el vacío, c = $3\cdot 10^8$ m s^{-1}

Solución:

a) $\mathrm{E} = 0{,}02\ \mathrm{MeV} = 2\cdot 10^4\mathrm{eV} = 2\cdot 10^4\mathrm{eV}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\frac{J}{eV} \rightarrow \mathrm{E} = 3{,}2\cdot 10^{-15}\ J$

$$\mathrm{E} = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} \rightarrow \lambda = 6{,}215 \cdot 10^{-1}\ \ m$$

b) $\mathrm{E} = \mathrm{m}c^2 \rightarrow E = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow mc^2 = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow c = \frac{h}{m\lambda} \rightarrow v = \frac{h}{m\lambda} \rightarrow v = 1{,}171 \cdot 10^7\, m/s$

Usaremos el factor de Lorentz

$$\gamma = \sqrt{(1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1{,}00076$$

$$\mathrm{E} = \gamma \mathrm{m}c^2 = 8{,}205 \cdot 10^{-14}\, J = 0{,}513\, MeV$$

$$\mathrm{p} = \gamma \mathrm{mv} = 1{,}067 \cdot 10^{23}\, kg\, m\, s^{-1}$$