Física 2016 (septiembre)

Opción A

Pregunta 1.- Desde la superficie de un planeta de masa 6,42 · 1023 kg y radio 4500 km se lanza verticalmente hacia arriba un objeto.
a) Determine la altura máxima que alcanza el objeto si es lanzado con una velocidad inicial de 2 km s^{-1}.
b) En el punto más alto se le transfiere el momento lineal adecuado para que describa una órbita circular a esa altura. ¿Qué velocidad tendrá el objeto en dicha órbita circular?
Dato: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67 · 10^{-11} N m2 kg^{-2}.
Solución:

a) Planteamos el principio de conservación de la energía mecánica entre los dos puntos:
En el punto de lanzamiento:

$E_c = 1/2\ m\ v^2_{(lanzamiento)}$ // $E_p = -\ GMm\ /\ R_{planeta}$

En el punto de altura máxima:

$E_c = 0$ // $E_p = -GMm/r_{máximo} \rightarrow r_{máximo} = R_{planeta} + h_{máxima}$

Como E_m = cte $\rightarrow$ $½\ mv^2_{lanzamiento} - GMm/R_{planeta} = -GMm/r_{máx}$

$$\frac{1}{2}(2\cdot 10^3)^2 - 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{6{,}42\cdot 10^{23}}{4500\cdot 10^3} = -6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{6{,}42\cdot 10^{23}}{r_{máx}}$$

$$r_{máx} = 5{,}697\cdot 10^6 m \longrightarrow h_{máx} = 1{,}197\cdot 10^6 \text{ m.}$$

b) Igualando la fuerza normal o centrípeta a la gravitatoria que se produce en una órbita circular:

$$G\frac{Mm}{r^2_{órbita}} = m\frac{v^2_{órb}}{r_{órb}} \rightarrow v_{órb} = \sqrt{\frac{GM}{r_{órb}}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}}{5{,}697\cdot 10^6}} = 2741{,}6\ m/s$$

<u>Pregunta 2.-</u> Un cuerpo que se mueve describiendo un movimiento armónico simple a lo largo del eje X presenta, en el instante inicial, una aceleración nula y una velocidad de $-5\vec{\imath}$ cm s^{-1}.
La frecuencia del movimiento es 0,25 Hz. Determine:
a) La elongación en el instante inicial. Justifique su respuesta.
b) La expresión matemática que describe la elongación del movimiento en función del tiempo.
<u>Solución:</u>

a) En un movimiento armónico simple a = -kx = - ω^2x.
Por tanto, si en un instante cualquiera, la aceleración es nula, la elongación también será nula.

b) Al ser la elongación nula para t=0s, consideramos como ecuación de MAS $X(t) = A \cdot sen\,(\omega t + \varphi_0)$. En esta ecuación, φ_0 será o bien π, o bien 0 rad, considerándola la fase inicial que consigue una elongación nula. Para saber cuál de estos valores es el que hay que elegir, nos fijamos en la ecuación de la velocidad:
$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$, y como es negativa para t=0, deducimos por tanto que la fase inicial es π radianes. En el instante inicial, la velocidad es máxima y su valor es v= -Aω. Por tanto, podemos calcular la ω.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 0{,}25 = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad/s}$$

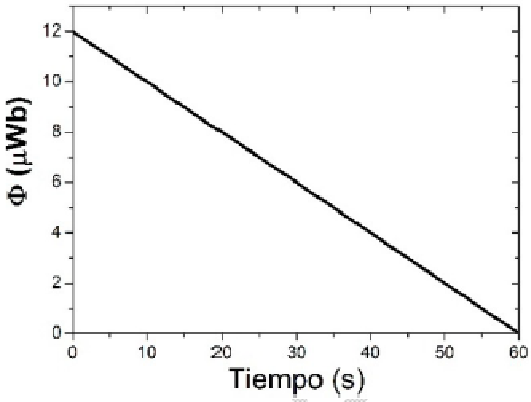
Y con ello, la amplitud.

$$-5 = -A\frac{\pi}{2} \to \mathrm{A} = \frac{10}{\pi}\,\mathrm{cm.}$$

La expresión matemática final para la elongación será, por tanto:

$$x(t) = \frac{10}{\pi}\,\mathrm{sen}\,\left(\frac{\pi}{2}\mathrm{t} + \pi\right)\ \text{estando x en cm y t en segundos.}$$

<u>Pregunta 3</u>.- La figura de la derecha representa el flujo magnético a través de un circuito formado por dos raíles conductores paralelos separados 10 cm que descansan sobre el plano XY. Los raíles están unidos, en uno de sus extremos, por un hilo conductor fijo de 10 cm de longitud. El circuito se completa mediante una barra conductora que se desplaza sobre los raíles, acercándose al hilo conductor fijo, con velocidad constante. Determine:



a) La fuerza electromotriz inducida en el circuito.

b) La velocidad de la barra conductora si el circuito se encuentra inmerso en el seno de un campo magnético constante $\vec{B} = 200\,\vec{k}\ \mu T$

a) Según la ley de Faraday, $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$. Como la variación del flujo en función del tiempo es constante (la gráfica es una línea recta) la fem inducida puede calcularse simplemente calculando la pendiente de esa recta.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{-(0-12)}{60-0} = 0{,}2V$$

b) Utilizando la definición de flujo y teniendo en cuenta que el campo magnético es constante y perpendicular al plano XY del circuito:

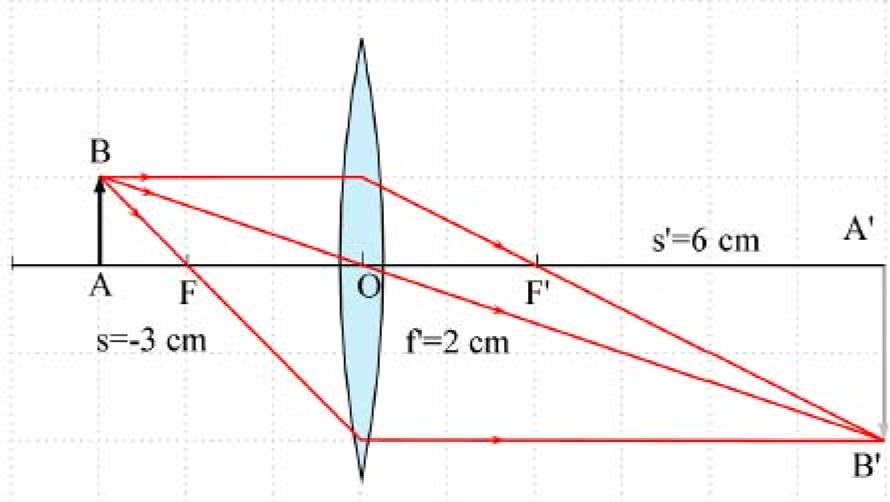
$$\Phi = \int \vec{B}\cdot d\vec{s} = BS$$

Si llamamos L a la distancia entre raíles, la superficie la podemos expresar como $S = L\,(s_0 + vt)$. Y usando la Ley de Faraday $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ = -BLv → 0,2 = -200 · 0,1·v → → v=-0,01 m/s

Pregunta 4.- Un objeto está situado 3 cm a la izquierda de una lente convergente de 2 cm de distancia focal.
a) Realice el diagrama de rayos correspondiente.
b) Determine la distancia de la imagen a la lente y el aumento lateral

<u>Solución:</u>

a) y b)



Datos:

$f' = 2\text{ cm}$
$s = -3\text{ cm}$ (Signo negaitvo por encontrarse a la izquierda del espejo).

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{-3}} = 6\text{ cm.}$$

Para el aumento, usamos la ecuación:

$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{6}{-3} = -2$ Se trata de una imagen mayor, invertida y real.

Pregunta 5.
Despues de 191,11 anos el contenido en ^{226}Ra de una determinada muestra es un 92% del inicial.
a) Determine el periodo de semidesintegracion de este isotopo.
b) ¿Cuántos nucleos de ^{226}Ra quedaran, transcurridos 200 años desde el instante inicial, si la masa inicial de ^{226}Ra en la muestra era de 40 μ g?
Datos: Masa atomica del ^{226}Ra, M = 226 u;
Número de Avogadro, $N_a = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.
Solución:

a) $N = N_0 \cdot e^{-\frac{L2}{T}t}$ → $\ln\left(\frac{92}{100}\right) = \frac{-\ln(2)\cdot 191{,}11}{T_{1/2}} \rightarrow T_{1/2} = 1600\ años$

b)
$N = N_0 \cdot e^{-\frac{L2}{T}t}$ y siendo $N_0 = m_0 / M$, → $N = \frac{40\cdot 10^{-6}}{226} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 2^{\frac{-200}{1600}} = 9{,}77 \cdot 10^{16}$ núcleos.