Física 2016 (septiembre)

Opción B

<u>Pregunta 1.</u>- Una estrella gira alrededor de un objeto estelar con un período de 28 días terrestres siguiendo una orbita circular de radio 0,45 · 10^8 km.
a) Determine la masa del objeto estelar.
b) Si el diámetro del objeto estelar es 200 km, ¿cuál será el valor de la gravedad en su superficie?
Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$.

<u>Solución:</u>

a) Igualando la fuerza normal o centrípeta a la gravitatoria que se produce en una órbita circular y sabiendo que $v_{órb} = \frac{2\pi r}{T}$

$$G\frac{Mm}{r_{órbita}^2} = m\frac{4\pi^2 r_{órb}^2}{GT^2} \rightarrow M = \frac{4\pi^2 r_{órb}^2}{GT^2} = \frac{4\pi^2(0{,}45\cdot 10^8\cdot 10^3)^3}{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot(28\cdot 24\cdot 3600)^2} = 9{,}2\cdot 10^{30}\ Kg$$

b) Si el diámetro es 200 Km., el radio será de 100 Km y como $g = G\frac{M}{R^2}$,

$$g = 6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{9{,}2\cdot 10^{30}}{(100\cdot 10^3)^2} = 6{,}14\cdot\frac{10^{10} m}{s^2}.$$

Ahora ya podemos calcular el valor de la velocidad de escape puesto que:

$$v = \sqrt{2\cdot\frac{GM}{R}} = \sqrt{2\cdot\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 9{,}2\cdot 10^{30}}{100\cdot 10^3}} = 7{,}83\cdot 10^7\ m/s.$$

<u>Pregunta 2.</u>- Una onda armónica transversal se desplaza en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 5 m s^{-1} y con una frecuencia angular de π/3 rad s^{-1}. Si en el instante inicial la elongación en el origen de coordenadas es 3/π cm y la velocidad de oscilación es -1 cm·s^{-1}, determine:
a) La función de onda.
b) La velocidad de oscilación en el instante inicial a una distancia del origen igual a media longitud de onda.

<u>Solución:</u>

a) Ecuación de la onda suponiendo que se usa la función coseno y que el signo menos es debido a que se desplaza e sentido positivo del eje X.

$$y(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\omega = \frac{\pi}{3}\frac{rad}{s} \rightarrow k = \frac{\omega}{v} = \frac{\pi}{15}\ rad/m$$

$$y(x = 0m, t = 0s) = \frac{0{,}03}{\pi} = A \cdot \cos(\varphi)$$

Como $v = \frac{dy(x,t)}{dt} = -A\omega \mathrm{sen}(\omega t - kx + \varphi) = -0{,}01\ m/s$ → - $-\frac{0{,}03}{\pi} = \mathrm{sen}(\varphi)$

Combinando ambas expresiones (dividiéndolas)

$\tan(\varphi) = -1 \rightarrow (\varphi) = \frac{3}{4}\pi\ \text{rad o bien}\ (\varphi) = -\frac{\pi}{4}\text{rad}$ pero como en t=0 la elongación ha de ser positiva, entonces cogemos la segunda solución, y despejando:

$$A = \frac{0{,}03}{\pi\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)} = 0{,}0135\ m$$

La función dada será por tanto,

$$y(x\ (m), t(s)) = 0{,}0135 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{15}x - \frac{\pi}{4}\right)$$

b) A media longitud de onda, la velocidad es la misma pero en oposición de fase, por lo que cambiaremos el signo. Aún así, se pude comprobar numéricamente:

$k = 2\pi/\lambda$ → $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{15}} = 30m.$

$$v = (x = 15m, t = 0s) = 0{,}0135 \cdot \frac{\pi}{3} sen\left(\frac{\pi}{3}0 - \frac{\pi}{15} \cdot 15 - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{0{,}0135}{\sqrt{2}} = 0{,}01\frac{m}{s}.$$

<u>Pregunta 3.</u>- Dos esferas pequeñas tienen carga positiva. Cuando se encuentran separadas una distancia de 10 cm, existe una fuerza repulsiva entre ellas de 0,20 N. Calcule la carga de cada esfera y el campo eléctrico creado en el punto medio del segmento que las une si:
a) Las cargas son iguales y positivas.
b) Una esfera tiene cuatro veces más carga que la otra.
Dato: Constante de la Ley de Coulomb, K = $9 \cdot 10^9$ N·m^2·C^{-2}.

<u>Solución:</u>

Por ser las cargas iguales, la fuerza que se crea entre ellas es de carácter repulsivo y se pude calcular mediante:

$F = K\frac{Q_1Q_2}{d^2}$. Si usamos los dates del enunciado y sabemos que usando el principio de superposición, ambos vectores de fuerza tendrán la misma dirección, el mismo módulo y serán de sentidos opuestos, entonces pasamos a calcular los apartados propuestos:

a) $Q_1 = Q_2$

$$0{,}2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q^2}{0{,}1^2} \rightarrow Q = 4{,}71 \cdot 10^{-7} C$$

El campo eléctrico creado en el centro también serán dos vectores de igual módulo y sentido opuesto por lo que el campo resultante es NULO.

b) $Q_2 = 4Q_1$

$$0{,}2 = 9 \cdot 10^9 \frac{4Q_1^2}{0{,}1^2} \rightarrow \; Q_1 = 2{,}36 \cdot 10^{-7} C$$

El campo eléctrico creado por las dos cargas en el punto medio, tendrá el sentido de la carga mayor, en este caso Q_2 y tendrá un sentido desde Q_1 a Q_2. Su módulo coincidirá con la resta de ambos campos creados.

$E = E_2 - E_1 = KQ_2 / d^2 - KQ_1 / d^2 = 3 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 36 \cdot 10^{-7} / 0{,}1^2 = 637200$ N/C

<u>Pregunta 4</u>.- Dos rayos que parten del mismo punto inciden sobre la superficie de un lago con ángulos de incidencia de 30 grados y 45 grados, respectivamente.
a) Determine los ángulos de refracción de los rayos sabiendo que el índice de refracción del agua es 1,33.
b) Si la distancia entre los puntos de incidencia de los rayos sobre la superficie del lago es de 3 m, determine la separación entre los rayos a 2 m de profundidad.
Dato: Índice de refracción del aire, n_{aire} = 1.

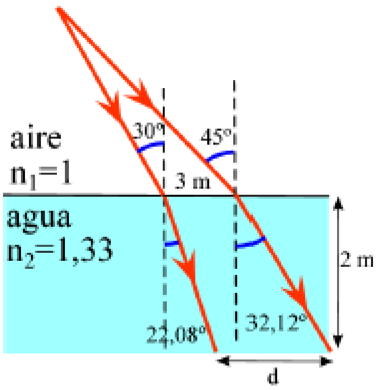
<u>Solución:</u>

a) Si aplicamos la ley de Snell, $\text{sen}\,\alpha_i \cdot n_A = \text{sen}\,\alpha_r \cdot n_B \rightarrow \alpha_r = \text{arcsen}\,(\text{sen}(\alpha_i) \cdot \frac{n_1}{n_2})$

Si $\alpha_i = 30\ grados \rightarrow\ \alpha_r = \text{arcsen}(\text{sen}\ 30) \cdot \frac{1}{1,33} = 22,08$ grados.

Si $\alpha_i = 45\ grados \rightarrow\ \alpha_r = \text{arcsen}(\text{sen}\ 45) \cdot \frac{1}{1,33} = 32,12$ grados.

b) Se realiza un boceto para mejor comprensión y se calcula para el dato del enunciado (2 metros de profundidad).



El rayo que incide con 30 grados y se refracta con 22,08 grados, se separa de la recta normal a los dos medios,
2·tan (22,08) = 0,81 m.

El rayo que incide con 45 grados y se refracta con 32,12 grados, se separa de la normal a los dos medios,
2· tan (32,12) = 1,26 m.

La separación ha aumentado 1,26 – 0,81 = 0,45 m, y como inicialmente era de 3 m entre los puntos de impacto, tenemos una separación final de 3,45 m.

<u>Pregunta 5</u>.- Luz ultravioleta de 220 nm de longitud de onda incide sobre una placa metálica produciendo la emisión de electrones. Si el potencial de frenado es de 1,5 eV, determine:

a) La energía de los fotones incidentes y la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) La función de trabajo del metal.

Datos: ***Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,6 · 10^{-19}*** **C;** ***Constante de Planck, h = 6,63 · 10^{-34}*** **J s;** ***Velocidad de la luz en el vacío, c = 3 · 10^{8} m s^{-1}*****.**

<u>Solución:</u>

a)

$$E_{\text{incidente}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{220 \cdot 10^{-9}} = 9{,}04 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$$

El potencial de frenado tiene exactamente el mismo valor que la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos por lo que

$$E_c\,(\text{máx}) = 1{,}5\,\text{eV} = 2{,}4 \cdot\ 10^{-19}\,\text{J}$$

b) Se plantea la ecuación del efecto fotoeléctrico para calcular el trabajo

$$W_{ext} = E_{Emit} - E_c = 9{,}04 \cdot 10^{-19} - \ 2{,}4 \cdot 10^{-19} = 6{,}64 \cdot 10^{-19}\text{J}$$