FÍSICA
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA SEPTIEMBRE 2017
OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

a) Aplicando el principio de la conservación de la energía mecánica, obtenga una expresión para la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de un planeta esférico de radio R y masa M.
b) Calcule la velocidad de escape desde la superficie de Mercurio sabiendo que posee una masa de $3{,}30.10^{23}$ kg y una aceleración de la gravedad en su superficie de $3{,}70\ m/s^2$.
Dato: Constante de Gravitación Universal $G=6{,}67.10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

Solución:

a) El escape se produce cuando $E_{mec}=0$ (el cuerpo adquiere una trayectoria parabólica). Por ello, podemos definir velocidad de escape como la velocidad necesaria para que un cuerpo no perciba atracción gravitatoria.

$$E_{mec} = E_p + E_c = 0 \rightarrow -\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2 = 0 \rightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

b) Conocida la aceleración de la gravedad en superficie se calcula el radio y después se determina la velocidad de escape:

$$g = \frac{GM}{R^2} \rightarrow R = \sqrt{\frac{GM}{g}} = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11} \cdot 3{,}3.10^{23}}{3{,}70}} = 2{,}44.10^6\ m$$

Por tanto:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67.10^{-11} \cdot 3{,}3.10^{23}}{2{,}44.10^6}} = 4248{,}40\ m/s$$

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

La perturbación asociada a una onda viene descrita por la expresión
$\Psi(x,t)=10^8\ sen(2765t+1{,}85x)$
donde Ψ y x se expresan en metros y t en segundos.
a) Indique su dirección y sentido de propagación, y calcule su longitud de onda y su frecuencia.
b) Obtenga la velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de oscilación.

Solución:

a) La dirección de propagación es el eje x y el sentido es el negativo en este eje (por ir precedido el término Kx por un signo +).

Con los datos implícitos en la ecuación de la onda se calculan los parámetros buscados:

$$\omega = 2\pi f = 2765\ \mathrm{rad/s} \rightarrow f = \frac{2765}{2\pi} = 440{,}60\ \mathrm{Hz}$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{1{,}85} = 3{,}40\ \mathrm{m}$$

b) La velocidad de propagación será: $v_p = \lambda f = 3{,}40 \cdot 440{,}06 = 1494{,}59\ \mathrm{m/s}$

La velocidad de oscilación se obtiene derivando la ecuación de la onda respecto del tiempo:

$$v_{osc} = \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = 2.765.10^{-8} \cos(2765t + 1{,}85x)\ \mathrm{m/s}$$

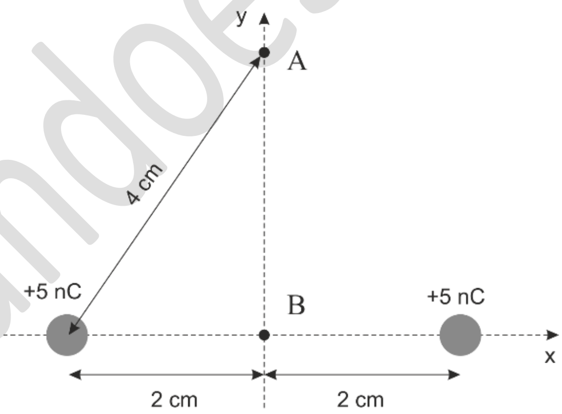
Dado que el coseno tiene un valor absoluto máximo de 1, la velocidad máxima de oscilación será: $v_{osc_{max}} = 2{,}765 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m/s}$

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Dos cargas de +5 nC están separadas una distancia de 4 cm de acuerdo a la figura adjunta. Calcule:

a) El campo eléctrico en el punto A y en el punto B creado por ambas cargas.

b) El potencial eléctrico en el punto A y en el punto B, y el trabajo que hay que realizar sobre una carga de +3 nC para desplazarla desde el punto A al punto B.

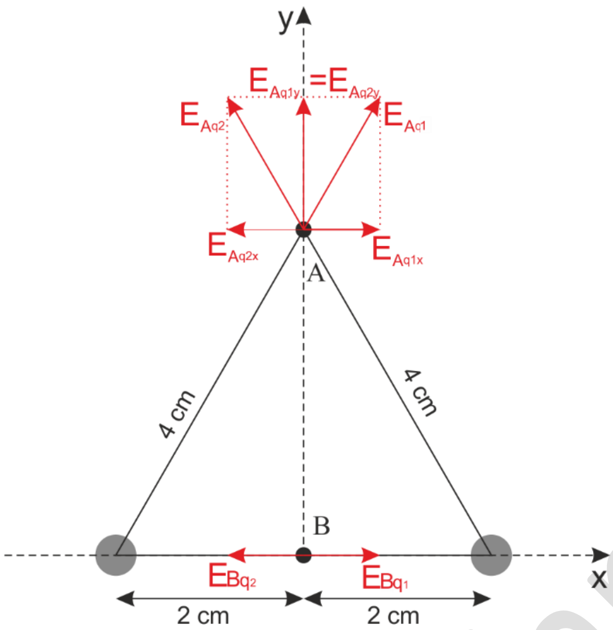


Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$.

Solución:

a) El módulo del campo creado en el punto A por cada una de las cargas será:

$$E_{A_{q1}} = E_{A_{q2}} = \frac{Kq}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0{,}04^2} = 28125\ \mathrm{N/C}$$



Descomponiendo el vector campo en A según los vectores $\vec{\imath}$ y $\vec{\jmath}$ se tiene que:

- Para q_1:
En x: $E_{A_{q1x}} = E_{A_{q1}} \cdot \cos 60° = 14062{,}50\ \mathrm{N/C}$
En y: $E_{A_{q1y}} = E_{A_{q1}} \cdot \mathrm{sen}60° = 24356{,}96\ \mathrm{N/C}$

- Para q_2:
En x: $E_{A_{q2x}} = -E_{A_{q2}} \cdot \cos 60° = -14062{,}50\ \mathrm{N/C}$
En y: $E_{A_{q2y}} = E_{A_{q2}} \cdot \mathrm{sen}60° = 24356{,}96\ \mathrm{N/C}$

Por tanto:
$\overrightarrow{E_A} = \overrightarrow{E_{A_{q1}}} + \overrightarrow{E_{A_{q2}}} = (14062{,}50 - 14062{,}50)\vec{\imath} + (24356{,}96 + 24356{,}96)\vec{\jmath} = 48713{,}92\,\vec{\jmath}\ \mathrm{N/C}$

El módulo del campo creado en el punto B por cada una de las cargas será:

$$E_{B_{q1}} = E_{B_{q2}} = \frac{Kq}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0{,}02^2} = 112500\ \mathrm{N/C}$$

En este caso el campo creado en B tanto por una carga como por la otra tiene la dirección de vector $\vec{\imath}$, teniendo para cada uno de ellos:

- Para q_1: $\overrightarrow{E_{B_{q1}}} = 112500\,\vec{\imath}\ \mathrm{N/C}$
- Para q_2: $\overrightarrow{E_{B_{q2}}} = -112500\,\vec{\imath}\ \mathrm{N/C}$

Por tanto:

$$\overrightarrow{E_B} = \overrightarrow{E_{B_{q1}}} + \overrightarrow{E_{B_{q2}}} = (112500 - 112500)\vec{\imath} = \vec{0}\ \mathrm{N/C}$$

b) El potencial creado en A y B será la suma del potencial creado en cada uno de esos puntos por las dos cargas existentes. Esto es:

$$V_A = V_{A_{q1}} + V_{A_{q2}} = \frac{Kq_1}{r} + \frac{Kq_2}{r} = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0{,}02} = 4500\ V$$
$$V_B = V_{B_{q1}} + V_{B_{q2}} = \frac{Kq_1}{r} + \frac{Kq_2}{r} = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0{,}04} = 2250\ V$$

El trabajo necesario para mover la carga de +3 nC desde A hasta B es:

$$W_{AB} = -q\Delta V = -3 \cdot 10^{-9} \cdot (2250 - 4500) = 6{,}75 \cdot\ 10^{-6}\ J$$

Por ser $W_{AB} > 0$ se trata de un proceso espontáneo.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sea una lente convergente de distancia focal de 5 cm.
a) Calcule la distancia entre la lente y la imagen formada para un objeto situado en el infinito, y para un objeto situado a 20 cm de la lente.
b) Determine el tamaño de un objeto que está situado a 20 cm de la lente y forma una imagen de 30 mm de altura, y realice el diagrama de rayos correspondiente para la formación de la imagen.

Solución:

a) Para calcular las distancias pedidas hay que aplicar:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

- Para s=∞

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{\infty} = \frac{1}{0{,}05} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{0{,}05} \rightarrow s' = 0{,}05\ m$$

- Para s=0,20 m

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{0{,}20} = \frac{1}{0{,}05} \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{0{,}05} - \frac{1}{0{,}20}} \rightarrow s' = \frac{1}{15} = 6{,}67 \cdot 10^{-2}\ m$$

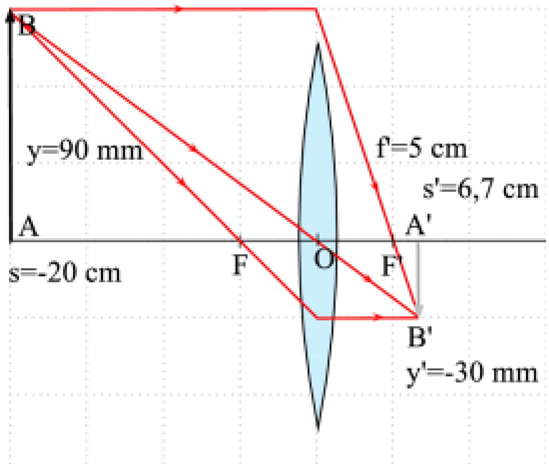
b) Para calcular el tamaño del objeto hay que aplicar:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s}{s'}$$

Por tanto:

$$\frac{0{,}03}{y} = \frac{1/15}{-0{,}20} \rightarrow y = -0{,}03 \cdot 0{,}20 \cdot 15 \rightarrow y = -0{,}09\ m$$

El diagrama de rayos correspondiente a la formación de la imagen es el siguiente:



Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

Un átomo de ^{238}U se desintegra a través de una cascada radioactiva y da lugar a un átomo de ^{206}Pb, siendo el periodo de semidesintegración del ^{238}U de $4{,}47.10^9$ años. Una muestra mineral de monacita contiene 2,74 mg de ^{238}U y 1,12 mg de ^{206}Pb procedentes de la desintegración del uranio.
a) Obtenga el número de átomos iniciales de ^{238}U en la muestra, a partir del cálculo del número de átomos de uranio y de plomo existentes en ella.
b) Calcule la antigüedad del mineral y determine la actividad inicial de la muestra.
Datos: Masa atómica de ^{238}U, M_U=238,05 u; Masa atómica de ^{206}Pb, M_{Pb}=205,97 u; Número de Avogadro, $N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Solución:

a) El número de átomos iniciales de ^{238}U será igual a la suma del número de átomos de ^{238}U y de ^{206}Pb:

El número de átomos de ^{238}U es:
$$N_U = n_U \cdot N_A = \frac{2{,}74 \cdot 10^{-3}}{238{,}05} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 6{,}93 \cdot 10^{18} \text{ átomos}$$
El número de átomos de ^{206}Pb es:
$$N_{Pb} = n_{Pb} \cdot N_A = \frac{1{,}12 \cdot 10^{-3}}{205{,}97} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 3{,}27 \cdot 10^{18} \text{átomos}$$

Por tanto, el número de átomos iniciales de ^{238}U es:

$$N_{U0} = (6{,}93 + 3{,}27) \cdot\ 10^{18} = 10{,}20 \cdot 10^{18} \text{ átomos}$$

b) La constante de desintegración tiene un valor de:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{4{,}47.10^9} = 1{,}55 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

Se calcula la antigüedad aplicando la ley de desintegración radioactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{N}{N_0} = -\frac{1}{1{,}55 \cdot 10^{-10}} \ln \frac{6{,}93 \cdot 10^{18}}{10{,}20 \cdot 10^{18}} = 2{,}49 \cdot 10^9 \text{ años}$$

La actividad asociada es: $A = \lambda \cdot N = 1{,}55 \cdot 10^{-10} \cdot 6{,}93 \cdot 10^{18} = 1{,}07 \cdot 10^9 \text{desint/año}$